



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ENERGETICKÝ ÚSTAV

ENERGY INSTITUTE

**VÍCESTUPŇOVÉ ČERPADLO S PROTIBĚŽNÝMI
KOLY**

MULTISTAGE PUMP WITH COUNTER - ROTATING RUNNERS

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Patrik Müller

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Miloslav Haluza, CSc.

BRNO 2017

Zadání diplomové práce

Ústav: Energetický ústav
Student: **Bc. Patrik Müller**
Studijní program: Strojní inženýrství
Studijní obor: Fluidní inženýrství
Vedoucí práce: **doc. Ing. Miloslav Haluza, CSc.**
Akademický rok: 2016/17

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Vícestupňové čerpadlo s protiběžnými koly

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Pro vícestupňová čerpadla se používá vratného kola k převedení čerpané kapaliny do dalšího stupně. Je to statorová lopatková mříž.

Diplomová práce bude řešit tento hydraulický návrh jiným způsobem – zařazením protiběžného dalšího kola za kolo prvního stupně.

Cíle diplomové práce:

Diplomová práce bude řešit úlohu čerpání kapaliny pro návrhový bod dvěma protiběžnými čerpadlovými koly.

Porovná dosažené výsledky s klasickým řešením čerpadel s oběžným kolem a vratným kolem.

Seznam doporučené literatury:

NECHLEBA, M.: Vodní turbíny, jejich konstrukce a příslušenství: Vysokošk. učebnice pro obor vodní stroje a zařízení : Určeno konstruktérům a provoz. inž. 2., rozš. vyd. Praha: SNTL, 1962. Řada strojírenské literatury.

NECHLEBA, M.: Vodní turbíny I. Brno: Vysoké učení technické, 1990.

HALUZA, M.: Přednášky z předmětu Tekutinové stroje, akad. r. 2015/2016.

ŁAZARKIEWICZ, S. a A. T. TROSKOLANSKI: Impeller pumps. 1st ed., rev. and enl. New York: Pergamon Press, 1965.

STRÝČEK, O.: Hydrodynamické čerpadlá. Bratislava: Slovenská vysoká škola technická, 1988.

NEUMANN, B.: The interaction between geometry and performance of a centrifugal pump. London: Mechanical Engineering Publications, c1991. ISBN 0852987552.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2016/17

V Brně, dne

L. S.

doc. Ing. Jiří Pospíšil, Ph.D.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

Cílem práce je navrhnout tvary lopatek čerpadla se dvěma rotory, které rotují v opačném smyslu, pro návrhový bod a porovnat dosažené výsledky s klasickou koncepcí čerpadla s jedním rotorem a statickým vratným kolem.

Klíčová slova

čerpadlo, dva rotory, CFX, protiběžný, návrh

ABSTRACT

Main objective of this thesis is to design blades for axial pump with two counter-rotating rotors for design point. Then compare results with standard concept with one runner and guide blades.

Key words

Pump, multi stage, CFX, counter-rotating, design

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

Bc. MÜLLER, P. *Vícestupňové čerpadlo s protiběžnými koly*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2017. 65 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Miloslav Haluza, CSc.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma **VÍCESTUPŇOVÉ ČERPADLO S PROTIBĚŽNÝMI KOLY** vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených na seznamu, který tvoří přílohu této práce.

Datum

BC. PATRIK MÜLLER

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji tímto panu doc. Ing. Miloslavu Haluzovi, CSc. za cenné připomínky a rady při vypracování diplomové práce. Děkuji také své rodině za neustávající podporu po dobu celého mého studia.

OBSAH

ABSTRAKT	4
PROHLÁŠENÍ.....	5
PODĚKOVÁNÍ	6
OBSAH.....	7
1 SEZNAM HLAVNÍCH POUŽITÝCH OZNAČENÍ	8
2 ÚVOD.....	11
3 ZÁKLADNÍ DĚLENÍ ČERPADEL.....	12
3.1 Rozdělení podle způsobu dopravy kapaliny	12
3.2 Rozdělení podle množství dodávané měrné energie.....	15
3.3 Rozdělení podle počtu oběžných kol	15
4 AXIÁLNÍ ČERPADLA.....	16
5 CHARAKTERISTIKA ČERPADLA	18
6 PRSTENCOVÉ ELEKTROMOTORY	19
7 RYCHLOSTNÍ TROJÚHELNÍKY	20
8 MĚRNÁ ENERGIE ČERPADLA.....	23
9 KONFORMNÍ ZOBRAZENÍ.....	25
10 NÁVRH TVARU LOPATKY	27
10.1 Metoda lineárního přírůstku $tg\beta$	27
10.2 Metoda kvadratického přírůstku $tg\beta$	29
11 POSTUP A NASTAVENÍ VÝPOČTU V CFD	31
11.1 Tvorba geometrie	31
11.1.1 Tvorba geometrie prvního oběžného kola	33
11.1.2 Tvorba geometrie druhého oběžného kola.....	36
11.1.3 Korekce lopatek druhého stupně na konečný počet lopat.....	39
11.2 Tvorba výpočtové sítě.....	40
11.3 Samotný výpočet.....	43
12 VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ	45
13 ZÁVĚR	64
14 SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ	65

1 SEZNAM HLAVNÍCH POUŽITÝCH OZNAČENÍ

Tab. 1 Seznam hlavních použitých symbolů

Označení	Rozměr	Význam
β	$^{\circ}, \text{rad}$	Úhel lopatky
$\bar{\beta}$	$^{\circ}, \text{rad}$	Doplňkový úhel k úhlu lopatky
η	m	Souřadnice kolmá na směr proudění (konformní zobrazení)
η_h	-	Hydraulická účinnost
ξ	-	Souřadnice ve směru proudnice (konformní zobrazení)
π	-	Ludolfovo číslo
ρ	kg/m^3	Hustota proudícího média
σ	-	Označení proudnice
φ	$^{\circ}, \text{rad}$	Úhel opásání
c	m/s	Absolutní rychlost
c_m	m/s	Meridiální složka absolutní rychlosti
c_u	m/s	Unášivá složka absolutní rychlosti
D	m	Vnější průměr oběžného kola
d	m	Průměr náboje
g	m/s^2	Gravitační zrychlení
H	m	Výška
h	m	Hloubka lopatkové mříže
k	-	Konstanta přímé úměry
n_s	-	Specifické otáčky
p	Pa	Tlak
P	W	Příkon
Q	m^3/s	Průtok
r	m	Poloměr proudnice
t	m	Rozteč lopat
u	m/s	Unášivá rychlost
v	m/s	Absolutní rychlost v Bernoulliho rovnici
w	m/s	Relativní rychlost
Y	J/kg	Měrná energie
$Y_{\text{č}}$	J/kg	Měrná energie čerpadla
z	-	Počet lopat

Tab. 2 Seznam použitých obrázků

Číslo	Popis
1	Rozdělení hydrodynamických čerpadel podle specifických otáček
2	Tvary oběžných kol
3	Klasická koncepce axiálního čerpadla
4	Charakteristiky čerpadel a) radiální b) diagonální c) axiální
5	Prstencový elektromotor
6	Rychlostní trojúhelník
7	Rychlostní trojúhelník na vstupu a výstupu čerpadlové lopatky
8	Rychlostní trojúhelník s meridiální rychlostí
9	Rychlostní trojúhelníky na dvou stupních axiálního čerpadla
10	Schéma hydraulického stroje
11	Lopatka v konformním zobrazení
12	Rozložení proudnic pro výpočet v axiálním stroji
13	Střední čáry lopatek v konformním zobrazení (1. stupeň)
14	Lopatka prvního stupně v pohledu ve směru osy rotace stroje (1. stupeň)
15	Všechny lopatky prvního stupně čerpadla v 3D pohledu, Matlab (1. stupeň)
16	Všechny lopatky prvního stupně čerpadla v 3D pohledu, Bladegen (1. stupeň)
17	Střední čáry lopatek v konformním zobrazení (2. stupeň)
18	Lopatka prvního stupně v pohledu ve směru osy rotace stroje (2. stupeň)
19	Všechny lopatky prvního stupně čerpadla v 3D pohledu, Matlab (2. stupeň)
20	Všechny lopatky prvního stupně čerpadla v 3D pohledu, Bladegen (2. stupeň)
21	Rychlostní trojúhelník před korekcí (vlevo) a po korekci (vpravo)
22	Topologie sítě pro jednu lopatku prvního stupně
23	Detail zahuštění výpočetní sítě pro podchycení mezní vrstvy (1. Stupeň)
24	Topologie sítě pro jednu lopatku druhého stupně
25	Detail zahuštění výpočetní sítě pro podchycení mezní vrstvy (2. Stupeň)
26	Vyobrazení konvergence úlohy (RMS)
27	Vyobrazení konvergence úlohy (MAX)
28	Relativní rychlosti v prvním i druhém stupni, bezrázový vstup
29	Absolutní rychlosti v prvním i druhém stupni
30	Znázornění odtržení mezní vrstvy na tlakové straně lopatky druhého stupně pomocí vektorů relativních rychlostí a proudnic
31	Znázornění rychlostního pole relativních rychlostí v lopatkovém kanále prvního stupně čerpadla.
32	Podobné rychlostní trojúhelníky při změně průtoku ($k=0,5$)

Tab. 3 Seznam použitých grafů

Číslo	Popis
1	Charakteristika čerpadla jako celku (konstantní otáčky)
2	Charakteristika čerpadla s blízkými specifickými otáčkami, Diplomová práce Ing. Stareček ($n_s=680$)
3	Charakteristika prvního stupně čerpadla (konstantní otáčky)
4	Charakteristika druhého stupně čerpadla (konstantní otáčky)
5	Charakteristika prvního stupně čerpadla (bez vlivu ostatních dílů stoje)
6	Vliv druhého stupně na první
7	Charakteristika čerpadla jako celku (Lineární závislost otáček druhého stupně na průtoku)
8	Charakteristika prvního stupně čerpadla (proměnné otáčky druhého stupně)
9	Charakteristika druhého stupně čerpadla (proměnné otáčky)
10	Porovnání účinností druhého stupně pro konstantní otáčky a pro proměnné otáčky
11	Charakteristika čerpadla jako celku (stejně specifické otáčky)
12	Charakteristika prvního stupně čerpadla (stejně specifické otáčky)
13	Charakteristika druhého stupně čerpadla (stejně specifické otáčky)
14	Vliv vzdálenosti mezi stupni na charakteristiku čerpadla jako celku
15	Vliv vzdálenosti mezi stupni na účinnostní charakteristiku čerpadla jako celku

2 ÚVOD

Čerpadlo je v dnešní moderní době druhým nejpoužívanějším strojem na světě hned po elektromotoru, který je ve většině aplikací jeho hnací jednotkou. Klasická koncepce vícestupňového čerpadla využívá mezi jednotlivými stupni vratného kola. To je satorová lopatková mříž, která ovlivní výstupní rychlosti (tedy rychlostní trojúhelník) tak, aby tekutina, pokud možno neměla unášivou složku rychlosti. Tato koncepce však s sebou nevyhnutelně nese i negativní účinek reálné kapaliny, tedy tření. Na satorové lopatkové mříži nám vzniká nevratná hydraulická ztráta. Tato diplomová práce bude řešit hydraulický návrh čerpadla jiným způsobem. Inspiruje se použitím koncepce protiběžných rotorů u axiálních strojů, která je relativně běžná. Můžeme se s ní setkat například v letectví (protiběžné vrtule) či u lodních šroubů, kde se také vyskytují protiběžné rotory. Za klasické oběžné kolo prvního stupně bude tedy zařazeno kolo druhého stupně, avšak s protiběžným smyslem rotace a různou hodnotou otáček.

3 ZÁKLADNÍ DĚLENÍ ČERPADEL

3.1 Rozdělení podle způsobu dopravy kapaliny

a) Hydrostatická čerpadla

Čerpadla nazýváme hydrostatickými, jestliže dochází k opakovanému plnění a vyprazdňování pracovního prostoru čerpadla. To sebou nese jednu velmi nepříjemnou vlastnost a tou jsou tlakové pulzace na výstupu z čerpadla. Tuto vlastnost můžeme vhodně tlumit například akumulátory, nebo můžeme upravit konstrukci celého čerpadla tak, aby tyto pulzace byly potlačeny, například volbou počtu pracovních prostorů a jejich členěním. Tyto čerpadla pracují s médii o vysokých tlacích a mnohdy mají i malé průtoky. Měrná energie tlaková bývá až stokrát větší než měrná energie kinetická. Typickými zástupci této skupiny jsou čerpadla pístová, lamelová, zubová, ale i membránová. [7] [8]

b) Hydrodynamická čerpadla

Hydrodynamická čerpadla využívají setrvačných účinků na kapaliny, které jsou vyvolávány změnou rychlosti kapaliny v pracovní oblasti stroje. Tyto stroje jsou stoji lopatkovými, tedy obsahují pohyblivou lopatkovou mříž, kterou nazýváme oběžným kolem. Podle směru pohybu kapaliny vzhledem k ose rotace čerpadla rozlišujeme stroje:

- Axiální
- Radiální
- Diagonální

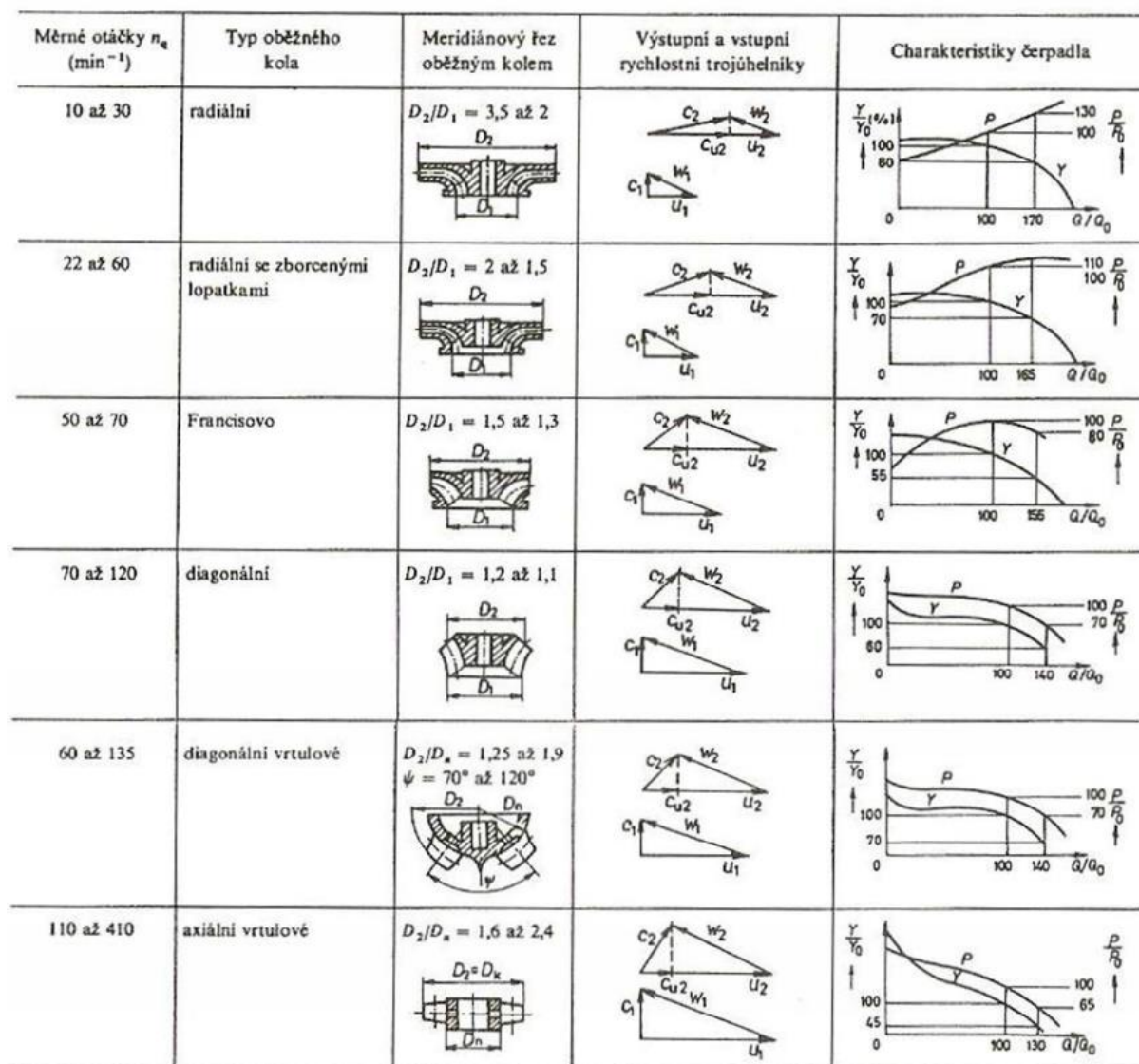
Rozhodujícím kritériem pro určení typu hydrodynamického čerpadla je tvar lopatkového kanálu a ten je závislý na tzv. specifických otáčkách:

$$n_s = 3,65 \frac{n}{\sqrt{H}} \sqrt{\frac{Q}{\sqrt{H}}} \quad (3.1.1)$$

Do rovnice 3.1.1 dosazujeme otáčky v min^{-1} , výšku v metrech a průtok v metrech krychlových za sekundu.

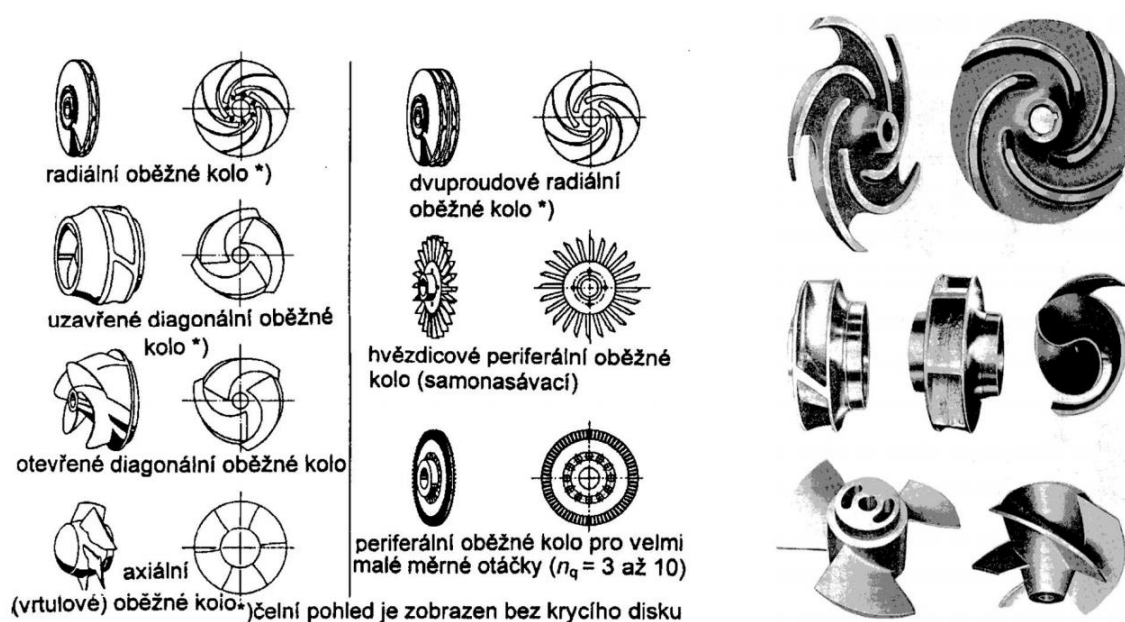
S rostoucími specifickými otáčkami se tvar mezilopatkového prostoru mění z radiálního (pro malé hodnoty n_s) přes diagonální až po stroje čistě axiální (pro velké hodnoty n_s) [9]

Tuto závislost dobře znázorňuje níže uvedená tabulka, která pochází z literatury [8]. Jsou na ní uvedené měrné otáčky, které jsou analogické pro otáčky specifické, které jsou uvedeny výše.



Obr. 1 Rozdělení hydrodynamických čerpadel podle specifických otáček [9]

Dalším obrázkem dobře vystihujícím tvary oběžných kol je níže uvedený obrázek z literatury [10].



Obr. 2 Tvary oběžných kol [10]

c) Speciální čerpadla

Čerpadla, která nazýváme speciálními, nesplňují-li požadavky na vlastnosti, které jsou potřeba k zařazení do čerpadel hydrostatických ani do hydrodynamických. Tyto čerpadla zpravidla potřebují energii doprovodné kapaliny k tomu, aby mohly fungovat. Tento typ čerpadel je velmi často používán v oblastech, kde je nepřístupná elektrická síť a tím pádem není možné použít elektromotory, bez kterých jsou předchozí dvě uvedené skupiny čerpadel nepoužitelné, či se jedná o lokality, do kterých je velmi obtížné dostat spalovací motor, který by suploval funkci toho elektrického. Takovými lokalitami mohou být rozvojové oblasti ale i zahrádkářská komunita nebo chatová oblast, kde lidé potřebují například vodu k závlaze rostlin. Mezi tato čerpadla řadíme například čerpadlo mamutové, vodní trkač či ejektor. [7][8]

3.2 Rozdělení podle množství dodávané měrné energie

a) Nízkotlaká čerpadla

Typickým zástupcem této kategorie jsou axiální vrtulová čerpadla, které mají vysoké specifické otáčky (n_s). Taková čerpadla dodávají do kapaliny malé množství měrné energie. Dodávané množství měrné energie je méně než 200 J/kg. [9]

b) Středotlaká čerpadla

Tyto čerpadla mají konstrukci velmi podobnou těm vysokotlakým. Výjimečně se objevuje i uspořádání s více oběžnými koly. Dodávané množství měrné energie je 200-3000 J/kg[9]

c) Vysokotlaká čerpadla

Do této kategorie řadíme čerpadla, která jsou určena pro velmi náročné použití. Tlaky dosahují velmi vysokých hodnot řádově i stovky MPa. Pro dosažení takových tlaků je potřeba zařazení více oběžných kol za sebou. Dodávané množství měrné energie je více než 3000 J/kg. [7][9]

3.3 Rozdělení podle počtu oběžných kol

a) Jednostupňová čerpadla

Čerpadlo obsahuje pouze jedno oběžné kolo. [9]

b) Vícetupňová čerpadla

Čerpadlo obsahuje více oběžných kol. Kola nemusí mít stejné otáčky, ani nemusí mít stejný smysl otáčení. Obvykle však bývají všechny kola uložena na stejné hřídeli a mají stejné otáčky i stejný smysl otáčení. Více stupňů za sebe řadíme hned z několika důvodů. Může to být za účelem kompenzace axiálních sil vyvolaných prouděním kapaliny, ale může to být i za účelem zvýšení dodané měrné energie a tím pádem i obvykle zvýšení výstupního tlaku. [9]

4 AXIÁLNÍ ČERPADLA

Axiální čerpadla dodávají do systému relativně malé množství měrné energie (viz. kapitola 3.2), ale nabízí proti jiným druhům čerpadel poměrně vysoké hodnoty průtoků. Využití těchto čerpadel může být široké, prakticky se používají všude tam, kde je potřeba dosáhnout vysokých průtoků a není kladen důraz na tlak média, například v závlahových systémech nebo i v čistírnách odpadních vod.

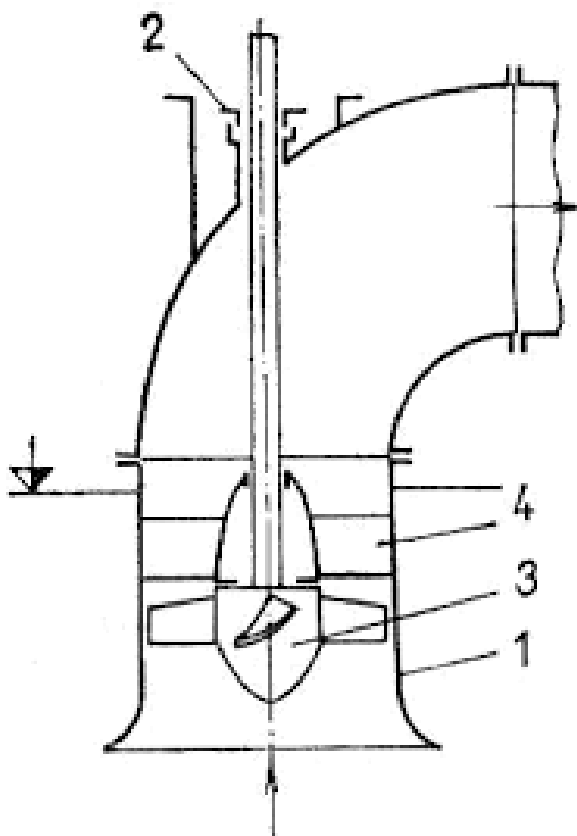
Axiální čerpadla jsou vždy zakomponována v potrubí. Sací část navazuje na sací potrubí se sacím zvonem a výstupní část pak navazuje na potrubní systém, pro který je čerpadlo určeno. Často bývá konstrukce čerpadla řešena sofistikovaně tak, aby bylo možné rotor vyjmout a vyměnit v případě nutnosti.

Některá axiální čerpadla mají i možnost natáčení lopatek oběžného kola, aby byl větší regulační rozsah a v tomto regulačním rozsahu lepší účinnosti. Přestavný mechanismus je velmi podobný přestavnému mechanismu Kaplanovy turbíny, kde pomocí jednoduchého pákového mechanismu a přestavné tyče jsou lopatky v předem stanoveném rozsahu natáčeny. Pokud však uvažujeme natáčení lopatek na náboji, musí k tomu být vhodně konstrukčně upravený. To znamená, že v místě spojení lopatek s nábojem musí být náboj kulového tvaru pro zachování těsnosti mezi nábojem a lopatkami a také musí být náboj celkově větší, aby se dovnitř přestavný mechanismus vešel a splňoval předpoklady bezpečnosti podle pružnosti a pevnosti. Ložiska takového čerpadla jsou pak dimenzována především pro přenášení axiálních silových účinků. V případě vertikálního umístění jsou tyto účinky navýšeny o tíhovou sílu, které u větších strojů může být velmi nezanedbatelná. [7][8][9]

Pohonnými jednotkami pro axiální čerpadla jsou ve velké většině případů asynchronní elektromotory pro běžné síťové napětí 230V s výkonem do 250kW. Pro velká čerpadla, která potřebují mnohem větší dodávané výkony pro jejich funkčnost, se používají velké synchronní motory s výkonem i desítky MW s připojením na vysoké napětí. Možnost regulovat takové čerpadlo je pak snadná s využitím frekvenčních měničů. Čerpadlo nemusí být poháněno výhradně elektromotory. Jeho pohon může být uskutečněn i spalovacími motory či dostupnou mechanickou energií v místě použití, jako je například připojení na hřídel parní či spalovací turbíny v elektrárnách. [11]

Za oběžným kolem axiálního čerpadla obvykle bývají umístěny satorové lopatky, kvůli rotaci kapaliny na výstupu. Tato rotace je nežádoucí a energie skrývající se v ní může být přeměněna na energii tlakovou a tím i zvýšení dopravní výšky. To je hlavní úkol satorových lopatek. To sebou však nese nežádoucí jev reálné kapaliny a tím je tlaková ztráta. Tato ztráta může dosahovat i hodnoty kolem 7% celkové měrné energie. Počet satorových lopatek musí být volen s ohlednutím na dynamiku stroje. Interakce mezi rotorovými a satorovými lopatkami může být velmi nežádoucím jevem a může vést i ke zničení stroje. [13]

Úkolem této diplomové práce je mj. navrhnout axiální čerpadlo tak, aby nebylo zapotřebí na výstup umístit statické lopatky. Toho můžeme dosáhnout jedinečně tak, že umístíme druhý rotor za ten první a jeho lopatky navrhne a optimalizujeme tak, aby transformovaly rotaci média vytvořenou prvním oběžným kolem a pokud možno do systému vnesl ještě malé množství energie. Optimalizovat můžeme i otáčky druhého stupně.

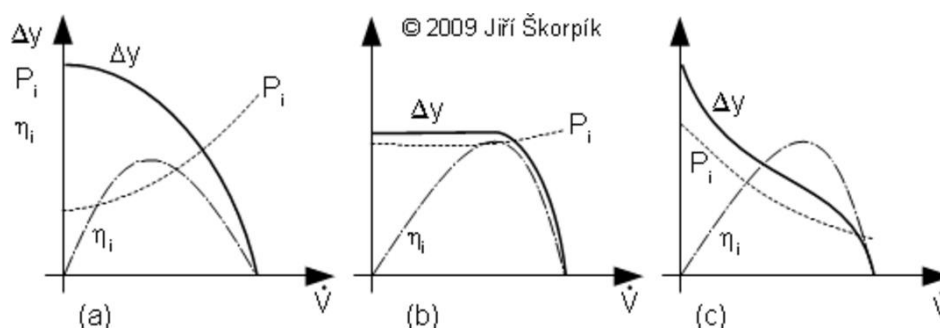


Obr. 3 Klasická koncepce axiálního čerpadla [5]

- 1- Sací potrubí (Sací zvon)
- 2- Ucpávka
- 3- Oběžné kolo
- 4- Statorová část lopatek

Hlavními znaky axiálních čerpadel je řídká lopatková mříž a vysoká rychloběžnost (vysoké specifické či měrné otáčky, viz kapitola 3.1.b). Vzhledem k tomu, že lopatkový kanál není uzavřený, jako tomu bývá například u radiálních či diagonálních hydrodynamických čerpadel, nelze vždy navrhovat tvar tohoto kanálu pomocí proudnicové teorie. Lopatky axiálních čerpadel jsou obvykle stejné a rozmístěny s konstantní roztečí (výjimku tvoří tzv. stochastické mříže). Díky tomu můžeme využít rotační symetrie. Lopatkový kanál je pak vymezeným prostorem, ohraničeným vnější válcovou stěnou, nábojem a lopatkami. Voda, či jiné tekuté médium pak prochází čerpadlem axiálním směrem (ve směru osy rotace), proto se tato skupina strojů nazývá axiální čerpadla. [7]

5 CHARAKTERISTIKA ČERPADLA



Obr. 4 Charakteristiky čerpadel a) radiální b) diagonální c) axiální [12]

Charakteristika čerpadla je základním grafem pro popis chování čerpadel a zjištění tzv. pracovního bodu čerpadla. Na svislou osu vynášíme měrnou energii [J/kg] (na obrázku 4 jsou vyneseny i účinnost s příkonem) a na osu vodorovnou vynášíme průtok [m^3/s]. Tato charakteristika v sobě zahrnuje i ztráty. Cílem této diplomové práce je mimo jiné sestavit pro navržené čerpadlo takovou charakteristiku a porovnat ji s charakteristikou jiného komerčně prodáváného čerpadla s klasickou koncepcí a se shodnými, nebo velmi blízkými specifickými otáčkami. [12]

Nutno podotknout, že na výše uvedeném obrázku je pouze část celkové charakteristiky čerpadla. Konkrétně je to výřez pouze prvního kvadrantu. V celkové charakteristice čerpadla je možno vidět, jak čerpadlo může fungovat v turbinovém režimu či v režimu brzdy. Tuto charakteristiku je velmi časově náročné naměřit a prokreslit, proto se většinou neměří a měří se pouze její první kvadrant, protože se uvažuje, že čerpadlo budeme pouze používat v čerpadlovém režimu. Výjimečně se čerpadlo proměřuje v turbinovém režimu pro případ, že by jej někdo chtěl použít jako malou turbínu do malé vodní elektrárny, to je ovšem zřídka.

6 PRSTENCOVÉ ELEKTROMOTORY

Návrh axiálního čerpadla v této diplomové práci uvažuje použití dvou protiběžných rotorů. To je však obtížně dosažitelné, pokud chceme mít oba rotory napojeny na klasickou koncepci s elektromotorem, který je vně potrubí. Musela by se používat složitá, a především drahá převodová skříň, která by do systému vnášela další ztráty.

Užitím dvou prstencových motorů můžeme dosáhnout jak různých hodnot otáček pro každé oběžné kolo, ale především i různého smyslu otáčení.

Velkou výhodou prstencových elektromotorů je relativně snadná možnost jejich zakomponování přímo do zařízení, v našem případě je to potrubní systém. Také eliminuje údržbu různých převodovek, či jiných typů převodů a spojovacích materiálů. Umožňuje také bezvúlové provedení zařízení uvnitř, což je pro výpočet i celkovou dynamiku stroje příznivé, protože v klasické koncepci axiálního čerpadla musí být mezi potrubím a rotorem vždy malá vůle. Její hodnotu se snažíme minimalizovat, nicméně ji nelze odstranit úplně. V tomto případě tomu tak však není, jelikož lopatky budou pevnou součástí rotoru elektromotoru.

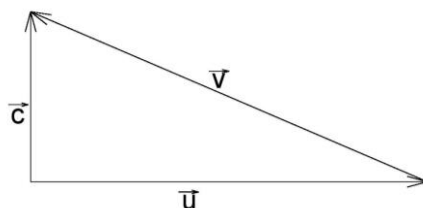


Obr. 5 Prstencový elektromotor [6]

7 RYCHLOSTNÍ TROJÚHELNÍKY

Pro popis proudění v čerpadle se používají tzv. rychlostní trojúhelníky. Ty jsou tvořeny z rychlostí, popřípadě jejich složek. Rychlostní trojúhelník je vektorový součet třech hlavních rychlostí, které se v kanále čerpadla vyskytují. Tedy rychlosti unášivé (způsobená rotací stroje), rychlosti relativní (rychlost jakou se pohybuje čerpané médium v kanále vůči rotující lopatce, tedy v relativním souřadném systému) a v neposlední řadě také z rychlosti absolutní, která je právě již zmíněným vektorovým součtem předchozích dvou rychlostí (rychlost vůči pevnému souřadnému systému). [1][4]

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{w} \quad (7.1)$$



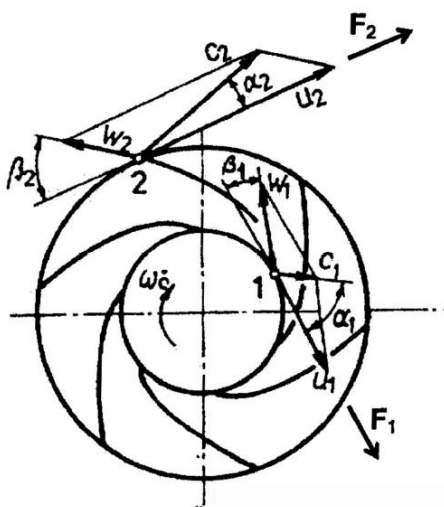
Obr. 6 Rychlostní trojúhelník

- u rychlost unášivá
- w rychlost relativní
- c rychlost absolutní

Unášivou složku rychlosti vypočteme podle následujícího vzorečku:

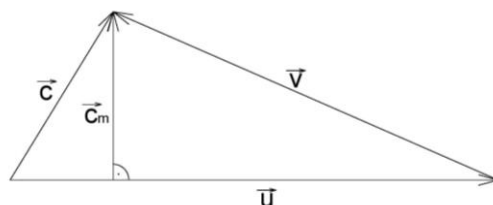
$$u = \pi D n \text{ [m/s]} \quad 7.2$$

Rychlostní trojúhelník se v celém kanále čerpadla mění, nicméně pro další návrh bude nutné znát především trojúhelníky na vstupu a výstupu z lopatky. To je nutné znát pro návrhový výpočet tvaru lopatky a prvotní odhad charakteristiky čerpadla.



Obr. 7 Rychlostní trojúhelník na vstupu a výstupu čerpadlové lopatky [1]

Velmi důležitým údajem nutným pro určení všech charakteristik čerpadla je průtok. V našem případě budeme mít návrhový bod čerpadla určený a budeme tedy průtok znát. Díky tomu můžeme určit meridiální rychlost. To je tedy rychlost, která je vždy v rychlostním trojúhelníku výškou (rychlost kolmá na unášivou rychlost).



Obr. 8 Rychlostní trojúhelník s meridiální rychlostí

$$c_m = \frac{Q}{\pi \cdot (D^2 - d^2)} \quad [m \cdot s^{-1}] \quad (7.3)$$

c_m	meridiální rychlost
Q	průtok
D	průměr náboje
d	průměr oběžného kola

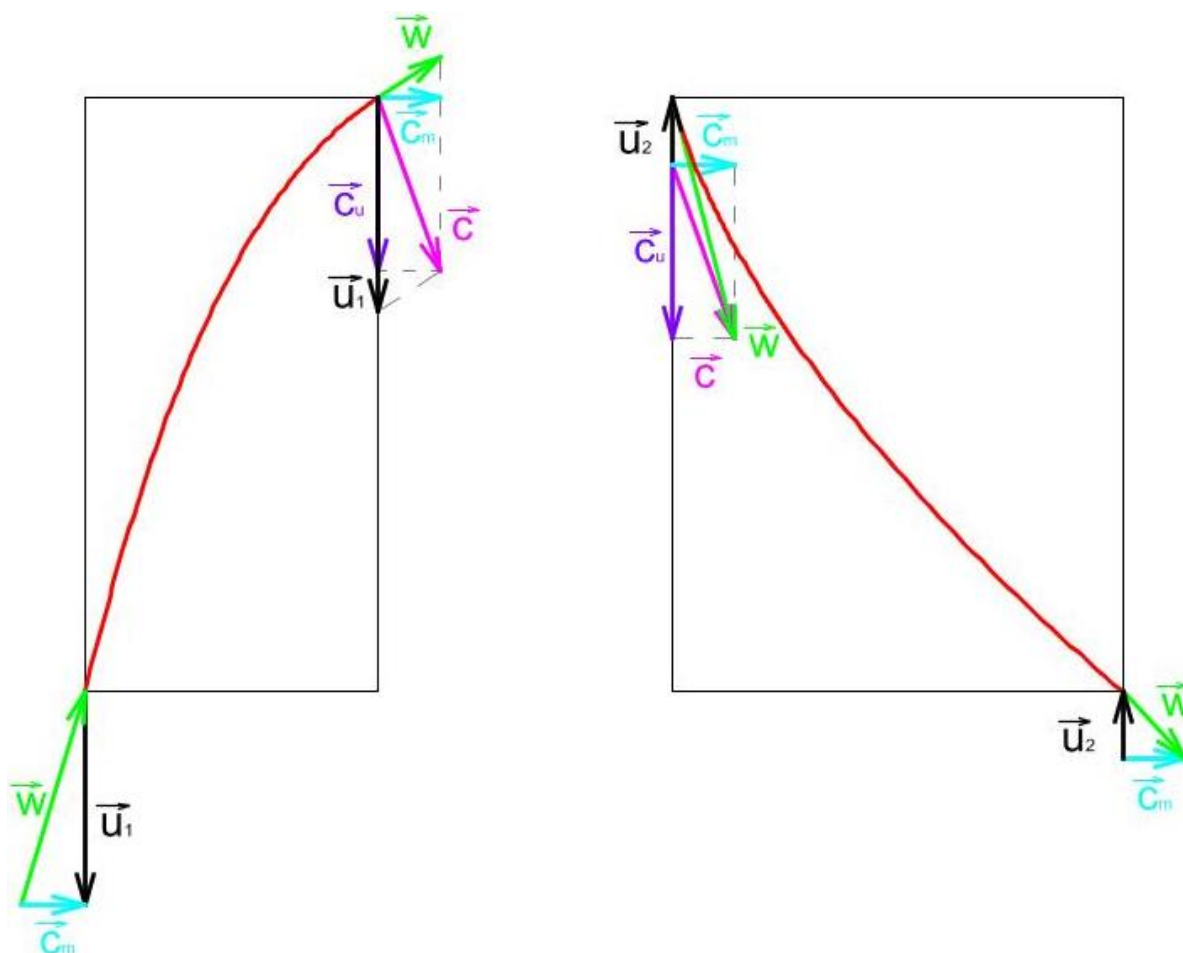
Eulerova čerpadlová rovnice má tvar:

$$\frac{gH}{\eta_h} = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1} \quad (7.4)$$

g	gravitační zrychlení
H	dopravní výška čerpadla
η_h	hydraulická účinnost
u_2	unášivá rychlost na výstupu z oběžného kola
c_{u2}	unášivá složka absolutní rychlosti na výstupu z oběžného kola

Z této rovnice vyjádříme c_{u2} a díky tomu už jsme schopni pro zadané parametry sestavit kompletní výstupní rychlostní trojúhelník.

Pro druhé oběžné kolo bude v ideálním případě vstupním rychlostním trojúhelníkem rychlostní trojúhelník výstupní prvního oběžného kola. Pokud chceme zjistit výstupní rychlostní trojúhelník druhého oběžného kola, postup de facto opakujeme, pouze s uvážením změny rotace oběžného kola, a tedy i smyslu unášivé rychlosti. Nejlepší variantou pak je případ, kdy se opět meridiální rychlost bude rovnat té absolutní co do velikosti i směru. V tom případě by druhé oběžné kolo plně suplovalo úlohu statické lopatkové mříže, která v klasické koncepci proudění narovnává, a ještě bychom přidali měrnou energii čerpanému médiu, ale přitom odstranili ztráty třením na této statické lopatkové mříži.



Obr. 9 Rychlostní trojúhelníky na dvou stupních axiálního čerpadla

Na výše uvedeném obrázku vidíme již konkrétní schéma rychlostních trojúhelníků pro dvoustupňové axiální čerpadlo v konformním zobrazení (více o konformním zobrazení je v následující kapitole). Z orientace i velikosti unášivých složek rychlostí (u) vidíme, že kola se otáčejí různými rychlostmi proti sobě. Na obrázku také vidíme, že mezi koly se přenáší absolutní složka rychlosti. Na výstupu je pak vyobrazen ideální rychlostní trojúhelník, který je ze zadání požadován. Tedy absolutní rychlost má pouze meridiální složku a unášivá složka je nulová. Tak tomu je i na vstupu do čerpadla. Tam je také vstupní absolutní rychlost složena pouze z rychlosti meridiální a unášivá složka absolutní rychlosti je nulová.

Otáčky jednotlivých oběžných kol nemusí mít stejnou hodnotu, mohou být různé nejen ve smyslu otáčení, ale i v hodnotě. Tento poměr hraje klíčovou roli v celkové funkčnosti či účinnosti stroje, ale i ve tvaru lopatek, jelikož unášivá rychlost vystupuje v návrh tvaru lopatky. Ten největší vliv pak má na rozložení dodávky měrné energie do čerpaného média.

8 MĚRNÁ ENERGIE ČERPADLA

V hydraulických strojích, jakými jsou například čerpadla či vodní turbíny, je nositelem energie pracovní médium, nejčastěji voda. Mechanickou energii, kterou toto médium přenáší, můžeme rozdělit na tři dílčí energie:

- Potenciální polohová energie
- Tlaková energie
- Kinetická energie

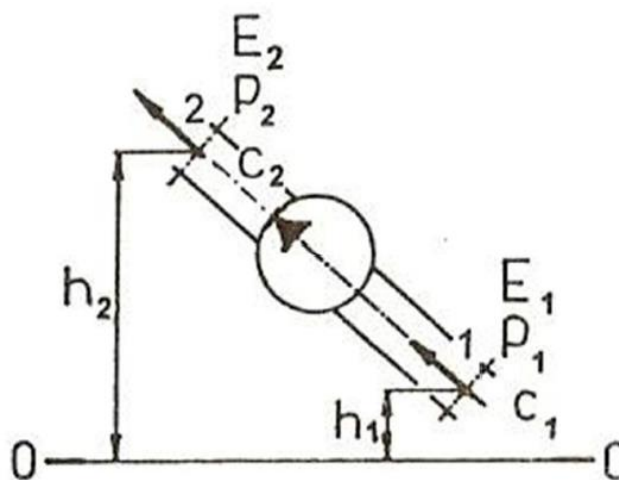
Když tyto dílčí energie sečteme, dostaneme celkovou mechanickou energii, kterou médium přenáší. Tuto mechanickou energii popisuje tzv. Bernoulliho rovnice (v upraveném tvaru):

$$Y = \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gH \left[\frac{J}{kg} \right] \quad (8.1)$$

První člen na pravé straně rovnice odpovídá tlakové měrné energii, druhý odpovídá kinetické měrné energii a poslední třetí člen odpovídá měrné potenciální polohové energii. Všechny energie v této rovnici označujeme měrné, jelikož se vztahují na jeden kilogram látky. V Bernoulliho rovnici pak také platí, že součet všech těchto dílčích energií za určitých předpokladů (nestlačitelná, neviskózní kapalina, stacionární proudění a počítáme pouze na jedné proudnici) zůstává konstantní. Výše uvedená rovnice (8.1) platí pro absolutní prostor. Pro relativní prostor má tato rovnice trochu odlišný tvar, a to konkrétně následující:

$$Y = \frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} + gH \left[\frac{J}{kg} \right] \quad (8.2)$$

V tomto tvaru Bernoulliho rovnice se rychlost v rozložila na relativní a unášivou složku rychlosti. H je ve smyslu pozice bodu, pro nějž určujeme měrnou energii.



Obr. 10 Schéma hydraulického stroje [8]

Pokud podle výše uvedené rovnice (8.2) Vypočteme měrnou mechanickou energii v bodě 1 i v bodě 2 dle obrázku 10, pak dostaneme rozdílné hodnoty. Podle vzájemného vztahu těchto hodnot můžeme usoudit následující [8][9]:

$$Y_1 > Y_2 \text{ Jedná se o turbínu}$$

$$Y_1 < Y_2 \text{ Jedná se o čerpadlo}$$

$$Y_1 = Y_2 \text{ Jedná se o vodorovně uložené potrubí bez uvažování ztrát}$$

Pokud chceme, aby v čerpadle bylo proudění kolem proudových ploch rovnoměrné, pak musí rozdíl výše uvedených energií konstantní.

Pokud se budeme zabývat hydrodynamickými čerpadly, pak je další vhodnou rovnicí po popis dodané měrné energie do kapaliny rovnice Eulerova [1]:

$$\frac{Y_{\xi}}{\eta_h} = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1} \quad (8.3)$$

Nutno dodat, že tato rovnice platí pouze pro čerpadlo se vstupním bodem 1 a výstupním bodem 2 a to za předpokladu ideální kapaliny. Pro axiální čerpadla platí, že na jednotlivých proudových plochách je unášivá rychlost stejná:

$$u_2 = u_1 = u \quad (8.4)$$

Tvar rovnice (8.3) pak můžeme zjednodušit na:

$$\frac{Y_{\xi}}{\eta_h} = u \Delta c_u \quad (8.5)$$

Z předchozí rovnice pak už jen vyjádříme c_{u2} :

$$\frac{gH}{\eta_h} = u_2 c_{u2} \rightarrow c_{u2} = \frac{gH}{\eta_h u_2} \quad (8.6)$$

g gravitační zrychlení

H dopravní výška čerpadla

η_h hydraulická účinnost

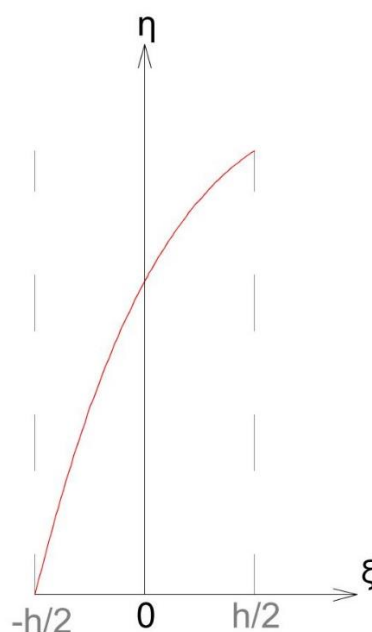
u_2 unášivá rychlost na výstupu z oběžného kola

c_{u2} unášivá složka absolutní rychlosti na výstupu z oběžného kola

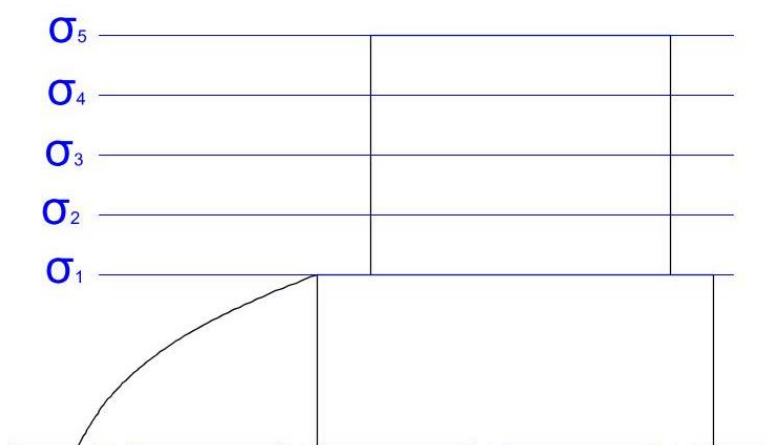
9 KONFORMNÍ ZOBRAZENÍ

Konformní zobrazení s výhodou používáme pro zobrazení složité prostorové plochy (například čerpadlové či turbínové lopatky) do roviny. Toto zobrazení funguje na relativně snadných matematických podmínkách.

Abychom mohli použít konformní zobrazení, musí námi převáděná funkce splňovat Cauchy-Riemannovy podmínky. Konformní zobrazení zachovává úhly uvnitř trojúhelníku, tedy trojúhelníky jsou podobné. Charakteristickým rozměrem lopatky je především její úhel, který nám následně slouží k určení rychlostního trojúhelníku v kterémkoliv místě. To je jeden z důvodů, proč toto zobrazení použít.



Obr. 11 Lopatka v konformním zobrazení



Obr. 12 Rozložení proudnic pro výpočet v axiálním stroji

Souřadnici kolmou na směr proudění přepočítáme podle následujícího vztahu:

$$\eta = \frac{zt}{2\pi} \varphi [m] \quad (9.1)$$

η	souřadnice kolmá na proudnici
z	počet lopatek
t	rozteč mezi lopatkami
φ	úhel (válcový souřadný systém)

Nyní musíme ještě přepočítat, či určit, jak bude vypadat souřadnice, která je shodná se směrem proudění. Tu určíme z následujících vztahů:

$$\xi = h \left(\frac{1}{a} \int_{\sigma_1}^{\sigma} \frac{d\sigma}{r} - \frac{1}{2} \right) [m] \quad (9.2)$$

$$a = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \frac{d\sigma}{r} [m] \quad (9.3)$$

ξ	souřadnice rovnoběžná se směrem proudění
h	hloubka mříže
σ	označení proudnice
r	poloměr proudnice (bráno od osy rotace stroje)

Pro čistě axiální stroj je tento přepočet relativně snadný, pro stroj diagonální je to však již mnohem složitější úloha, kterou musíme řešit numericky či za pomoci výpočetní techniky. Zadan však byl stroj axiální, tak se touto problematikou zabývat není třeba.

Počet výpočetních proudnic σ musí být konečné číslo a čím větší ten počet bude, tím jemnější tvar lopatky pak dostaneme. Dostaneme tím i přesnější výsledky a přesnější tvar lopatky. Pro výpočet zadané úlohy byl zvolen počet proudnic 5, jakožto pro návrh lopatky dostačující množství, a přitom časově nezatěžující výpočet.

V případě axiálního stroje je konformní zobrazení vlastně válcový souřadný systém, takže jej pak můžeme snadnou transformací přenést do souřadného systému kartézského, který je hojně využíván ve výpočetních programech pro import křivek lopatky a v neposlední řadě se mnohem snáz zobrazuje v 3D prostoru.

10 NÁVRH TVARU LOPATKY

Lopatka je v případě čerpadla asi tou nejsložitější součástí, ale zároveň i tou nejdůležitější, jelikož usměrňuje tok čerpaného média do požadovaných směrů a ve svém principu předává mechanickou energii do čerpaného média. Lopatka je však složitá prostorová plocha v ideálním případě nekonečně tenká a v tom reálném případě ještě obalená tloušťkou, která může a nemusí být konstantní. V předchozích kapitolách o rychlostních trojúhelnících jsme si určili vstupní a výstupní rychlostní trojúhelník, ty právě budeme potřebovat k prvnímu návrhu lopatky. Tento návrh lopatky se s výhodou navrhuje v konformním zobrazení, které bylo popsáno a pro naše potřeby dostatečně vysvětleno v kapitole o konformním zobrazení.

10.1 Metoda lineárního přírůstku $tg\bar{\beta}$

Tato metoda je snazší variantou návrhu tvaru lopatky. Dokonce navrhuje tvar lopatky v lepším tvaru než ostatní metody, nicméně má jedno velké úskalí. Díky této metodě je přesně a pevně určená délka lopatky. To nám mnohdy může dělat velké problémy, a proto byly zavedeny i jiné metody, které jsou popsány v následujících kapitolách.

$$tg\bar{\beta} = \frac{d\eta}{d\xi} \rightarrow d\eta = tg\bar{\beta} \cdot d\xi \quad (10.1.1)$$

Rovnice lineárního přírůstku $tg\bar{\beta}$ vypadá následovně:

$$tg\bar{\beta} = a\xi + b \quad (10.1.2)$$

Po dosazení rovnice 5.1.2 do rovnice 5.1.1 a následné integraci dostáváme:

$$\eta = a \frac{\xi^2}{2} + b\xi + c \quad (10.1.3)$$

Rovnice 10.1.2 je lineární závislost tangenty doplňkového úhlu lopatky na souřadnici ξ v konformním zobrazení viz kapitola 4.

Rovnice 10.1.3 je rovnicí křivky lopatky. Když tuto křivku vykreslíme v konformním zobrazení, může její průběh vypadat obdobně jako na Obr. 5.

Nyní je nutné určit okrajové podmínky pro tuto rovnici, abychom dostali konstanty a, b . Tyto konstanty zjistíme díky tomu, že víme, jak vypadají rychlostní trojúhelníky na vstupu a výstupu z lopatky, tedy:

$$\xi = -\frac{h}{2}; \quad \bar{\beta} = \bar{\beta}_1 \rightarrow tg\bar{\beta}_1 = -a\frac{h}{2} + b \quad (10.1.4)$$

$$\xi = \frac{h}{2}; \quad \bar{\beta} = \bar{\beta}_2 \rightarrow tg\bar{\beta}_2 = a\frac{h}{2} + b \quad (10.1.5)$$

Rovnice 10.1.4 a 10.1.5 tvoří systém dvou rovnic pro dvě neznámé, jehož řešením dostáváme konstanty a, b .

$$b = \frac{tg\bar{\beta}_1 + tg\bar{\beta}_2}{2} \quad (10.1.6)$$

$$a = \frac{1}{h}(tg\bar{\beta}_2 - tg\bar{\beta}_1) \quad (10.1.7)$$

Nyní musíme ještě určit hodnotu konstanty c . Pro toto určení použijeme okrajovou podmínku, která nám říká, že lopatka v počátečním bodě začíná v nějaké hodnotě η_0 . Tato hodnota může, ale nemusí být nulová.

$$\xi = -\frac{h}{2}; \quad \eta = \eta_0 \quad (10.1.8)$$

Tyto dvě hodnoty dosadíme do rovnice 10.1.3 a vyjádříme konstantu c .

$$c = \eta_0 - a\frac{h^2}{8} + b\frac{h}{2} \quad (10.1.9)$$

Nyní, když máme všechny konstanty určeny, můžeme napsat výsledný tvar rovnice

$$\eta(\xi) = \frac{1}{h}(tg\bar{\beta}_2 - tg\bar{\beta}_1)\frac{\xi^2}{2} + \frac{tg\bar{\beta}_1 + tg\bar{\beta}_2}{2}\xi + \eta_0 - a\frac{h^2}{8} + b\frac{h}{2} \quad (10.1.10)$$

Pokud do této rovnice za ξ dosadíme hodnotu $\frac{h}{2}$ a rovnici zjednodušíme, pak se ocitneme na konci lopatky (na výstupní hraně) a můžeme určit délku lopatky:

$$\eta_{max} = \eta_0 + bh = \eta_0 + h\frac{tg\bar{\beta}_1 + tg\bar{\beta}_2}{2} \quad (10.1.11)$$

Díky znalosti této rovnice jsme již schopni v konformním zobrazení určit tvar lopatky. Tato metoda je, jak již bylo řečeno, výborná na tvarování lopatek pro vynikající hydraulické vlastnosti, ale nemůžeme ovládat délku lopatky, což může být mnohdy problém, pokud lopatky vycházejí moc dlouhé. Toto ovládání délky lopatky je možné zavést pro metodu kvadratické změny $tg\bar{\beta}$.

10.2 Metoda kvadratického přírůstku $tg\bar{\beta}$

Tato metoda se používá v případě, že potřebujeme vytvarovat lopatku a zároveň potřebujeme ovládat její délku. Vzhledem k tomu, že závislost je kvadratická, tak se ve výsledné rovnici vyskytuje polynom třetího stupně a to znamená, že se ve tvaru lopatky může vyskytovat inflexní bod, tedy bod, kde se mění křivost křivky. Z matematického hlediska je inflexní bod bodem, kde je nulová druhá derivace.

$$tg\bar{\beta} = \frac{d\eta}{d\xi} \rightarrow d\eta = tg\bar{\beta} \cdot d\xi \quad (10.2.1)$$

Pokud se má jednat o kvadratickou změnu tangenty doplňkového úhlu $\bar{\beta}$, pak rovnice této tangenty musí vypadat následovně:

$$tg\bar{\beta} = a\xi^2 + b\xi + c \quad (10.2.2)$$

Po dosazení rovnice 10.2.2 do rovnice 10.2.1 a následnou integrací dostáváme výslednou rovnici pro tvar lopatky v obecném tvaru:

$$\int_{\eta_0}^{\eta} d\eta = \int_{-\frac{h}{2}}^{\xi} (a\xi^2 + b\xi + c) d\xi \quad (10.2.3)$$

$$\eta = a\left(\frac{\xi^3}{3} + \frac{h^3}{24}\right) + b\left(\frac{\xi^2}{2} - \frac{h^2}{8}\right) + c\left(\xi + \frac{h}{2}\right) + \eta_0 \quad (10.2.4)$$

Z rovnice 10.2.2, popřípadě 10.2.4, je patrné, že budeme potřebovat 3 okrajové podmínky pro určení konstant a, b, c .

Můžeme využít okrajové podmínky z rovnic 10.2.4 a 10.2.5, ty v tomto případě platí taktéž. Tedy:

$$\xi = -\frac{h}{2}; \quad \bar{\beta} = \bar{\beta}_1 \rightarrow tg\bar{\beta}_1 = a\frac{h^2}{4} - b\frac{h}{2} + c \quad (10.2.5)$$

$$\xi = \frac{h}{2}; \quad \bar{\beta} = \bar{\beta}_2 \rightarrow tg\bar{\beta}_2 = a\frac{h^2}{4} + b\frac{h}{2} + c \quad (10.2.6)$$

Z rovnic 10.2.5 a 10.2.6 jsme schopni vyseparovat a určit hodnotu konstanty b odečtením rovnic od sebe a úlohu si tak výrazně ulehčit:

$$b = \frac{tg\bar{\beta}_2 - tg\bar{\beta}_1}{h} \quad (10.2.7)$$

Pokud rovnice 10.2.5 a 10.2.6 sečteme dostaneme:

$$tg\bar{\beta}_1 + tg\bar{\beta}_2 = a \frac{h^2}{4} + 2c \quad (10.2.8)$$

Pro určení konstant a, c však potřebujeme ještě jednu okrajovou podmínku, jelikož potřebujeme druhou rovnici, aby úloha byla řešitelná. Tady přichází čas na určení délky lopatky. Jak již bylo zmíněno, tak v této metodě můžeme délku lopatky přímo ovlivňovat jako jeden ze vstupních parametrů výpočtu.

Určíme si teda okrajovou podmínku následovně:

$$\xi = \frac{h}{2}; \quad \eta = \eta_{max} \quad (10.2.9)$$

Tuto podmínku dosadíme do obecné rovnice tvaru lopatky (rovnice 10.2.3):

$$\eta_{max} = a \frac{h^3}{12} + ch + \eta_0 \quad (10.2.10)$$

Toto je druhá rovnice, kterou potřebujeme do soustavy svou rovnic pro dvě neznámé. Tedy Výsledná soustava rovnic pro dvě neznámé je složena z rovnic 10.2.8 a 10.2.10. Řešením této soustavy rovnic dostáváme hodnoty konstant a, c :

$$a = \frac{3(tg\bar{\beta}_1 + tg\bar{\beta}_2)}{h^2} - \frac{6\eta_{max}}{h^3} \quad (10.2.11)$$

$$c = \frac{\frac{3}{2}\eta_{max} - \frac{h}{4}(tg\bar{\beta}_1 + tg\bar{\beta}_2)}{h} \quad (10.2.12)$$

Díky znalosti všech konstant můžeme napsat výsledný tvar rovnice tvaru lopatky:

$$\eta = \left(\frac{3(tg\bar{\beta}_1 + tg\bar{\beta}_2)}{h^2} - \frac{6\eta_{max}}{h^3} \right) \left(\frac{\xi^3}{3} + \frac{h^3}{24} \right) + \frac{tg\bar{\beta}_2 - tg\bar{\beta}_1}{h} \left(\frac{\xi^2}{2} - \frac{h^2}{8} \right) + \frac{\frac{3}{2}\eta_{max} - \frac{h}{4}(tg\bar{\beta}_1 + tg\bar{\beta}_2)}{h} \left(\xi + \frac{h}{2} \right) + \eta_0 \quad (10.2.13)$$

11 POSTUP A NASTAVENÍ VÝPOČTU V CFD

Postup výpočtu v CFD se dá snadno rozdělit na několik stěžejních částí:

- Tvorba geometrie
- Tvorba výpočtové sítě
- Samotný výpočet
- Vyhodnocení výsledků (samostatná kapitola)

11.1 Tvorba geometrie

Pro tvorbu geometrie je potřeba znát návrhový bod, na který čerpadlo budeme počítat a navrhovat. Pro tuto diplomovou práci byl návrhový bod určen vedoucím diplomové práce:

Vnější průměr oběžného kola (světlost potrubí):	$D = 0,08 \text{ m}$
Průměr náboje:	$d = 0,036 \text{ m}$
Jmenovitý průtok:	$Q = 8,5 \text{ l/s}$
Jmenovitý příkon:	$P = 265 \text{ W}$
Účinnost:	$\eta = 0,7$
Výtlačná výška:	$H = 2,25 \text{ m}$

Pro tvorbu jednotlivých kol je potřeba rozdělit výtlačnou výšku na dvě části, a to konkrétně na část, kterou dodá první stupeň čerpadla a na tu, kterou dodá druhý stupeň čerpadla. Vzhledem k tomu, že druhý stupeň bude mít funkci převážně pro narovnání proudění do požadovaného rychlostního trojúhelníku, tak byl zvolen následující poměr výtlačných výšek jednotlivých stupňů:

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{2}{1} \quad (11.1.1)$$

$$\text{Výška dodaná prvním stupněm čerpadla:} \quad H_1 = \frac{2}{3} \cdot H = \frac{2}{3} \cdot 2,25 = 1,75 \text{ m}$$

$$\text{Výška dodaná druhým stupněm:} \quad H_2 = \frac{1}{3} \cdot H = \frac{1}{3} \cdot 2,25 = 0,75 \text{ m}$$

Pro výpočet geometrie je také nutné znát jmenovité otáčky obou stupňů. Opět bylo přihlédnuto k úvaze, že první stupeň čerpadla dodá většinu energie a druhé kolo především narovná rychlostní trojúhelníky do požadovaných tvarů, a přitom dodá trochu energie. Proto bylo zvoleno následující:

$$\text{Jmenovité otáčky prvního stupně:} \quad n_1 = 3000 \text{ min}^{-1}$$

$$\text{Jmenovité otáčky druhého stupně:} \quad n_2 = 1000 \text{ min}^{-1}$$

Důležitou poznámkou, která je již v zadání diplomové práce je, že rotory rotují proti sobě, tedy s opačným smyslem rotace.

Dalším údajem, který se dá již ze zadání vypočítat je Hydraulická účinnost. Ta se určuje pomocí následujícího empirického vztahu:

$$\eta_h = \sqrt{\eta} - 0,2 \div 0,4 [-] \quad (11.1.2)$$

Kde volíme 0,2 pro velká čerpadla a 0,4 pro malá čerpadla. Vzhledem k velikosti oběžného kola zadané v zadání diplomové práce volíme 0,4. Pak tedy výsledek bude:

$$\eta_h = \sqrt{0,7} - 0,4 = 0,79666 [-] \quad (11.1.3)$$

Pro jednotlivá oběžná kola bylo také nutné navrhnout počty lopatek. Vzhledem k zatížení prvního oběžného kola přenosem většiny energie dodávané čerpadle bylo zvoleno následující:

Počet lopatek prvního kola: $z_1 = 7$

Počet lopatek druhého kola: $z_2 = 4$

Tyto počty lopatek bylo nutné volit i s ohledem na dynamické vlastnosti stroje. Interakcí oběžnými koly mezi sebou můžou vznikat vysokofrekvenční pulzace, a to může vést mimo jiné i ke zničení důležitých komponent čerpadla. Proto se volí vždy lichý a sudý počet lopatek. I tak je nutné při ověřování funkčnosti prototypu ověřit, jaké jsou ve stroji pulzace, naměřit je například akcelerometry, nebo tenzometry a provést Fourierovu analýzu a tím zjistit, zda nevznikají nějaké nebezpečné stavy.

Dalším zajímavým údajem popisujícím čerpadlo, především pak tvar lopatkového kanálu, jsou specifické otáčky. Ty však vzhledem k povaze čerpadla nemůžeme počítat pro čerpadlo jako celek, ale musíme je vyhodnotit pro jednotlivé stupně zvlášť:

$$n_{s1} = 3,65 \frac{n_1}{\sqrt{H_1}} \sqrt{\frac{Q}{\sqrt{H_1}}} = 3,65 \frac{3000}{\sqrt{1,75}} \sqrt{\frac{0,0085}{\sqrt{1,75}}} = 663,5 \quad (11.1.4)$$

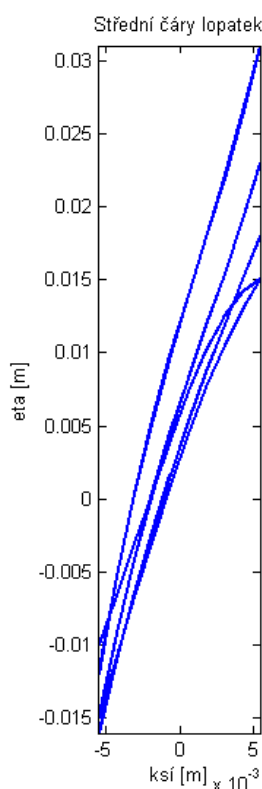
$$n_{s2} = 3,65 \frac{n_2}{\sqrt{H_2}} \sqrt{\frac{Q}{\sqrt{H_2}}} = 3,65 \frac{1000}{\sqrt{0,75}} \sqrt{\frac{0,0085}{\sqrt{0,75}}} = 417,54 \quad (11.1.5)$$

Vidíme, že obě kola mají díky rozdělení dodávky dopravní výšky a různým otáčkám různé specifické otáčky. To se může projevit na charakteristice čerpadla jako celku, ale i na charakteristikách jednotlivých stupňů.

11.1.1 Tvorba geometrie prvního oběžného kola

Tvorba geometrie byla uskutečněna za pomoci programů Bladegen a Design Modeler společnosti ANSYS. Výpočet bodů pro tvarování střední čáry lopatky byl využit program Matlab.

Pro první oběžné kolo byla zvolena metoda kvadratického přírůstků tangenty doplňkového úhlu k úhlu lopatky. Tato metoda byla zvolena pro možnost ovládání délky lopatky pomocí parametru maximálního úhlu opásání (viz. kapitola 10.2). Jak již bylo uvedeno, tato metoda byla naprogramována parametricky v programu Matlab. Bylo nutné volit různé délky lopatky a hloubky mříže, než bylo dosaženo ideálního tvaru lopatkování, který by neobsahoval výrazné změny křivosti (viz. kapitola 10.2 a inflexní body). Výpočet tvaru lopatky byl zhotoven na pěti proudoplochách. Výsledný tvar lopatek v konformním zobrazení pro první oběžné kolo pak vypadá následovně:

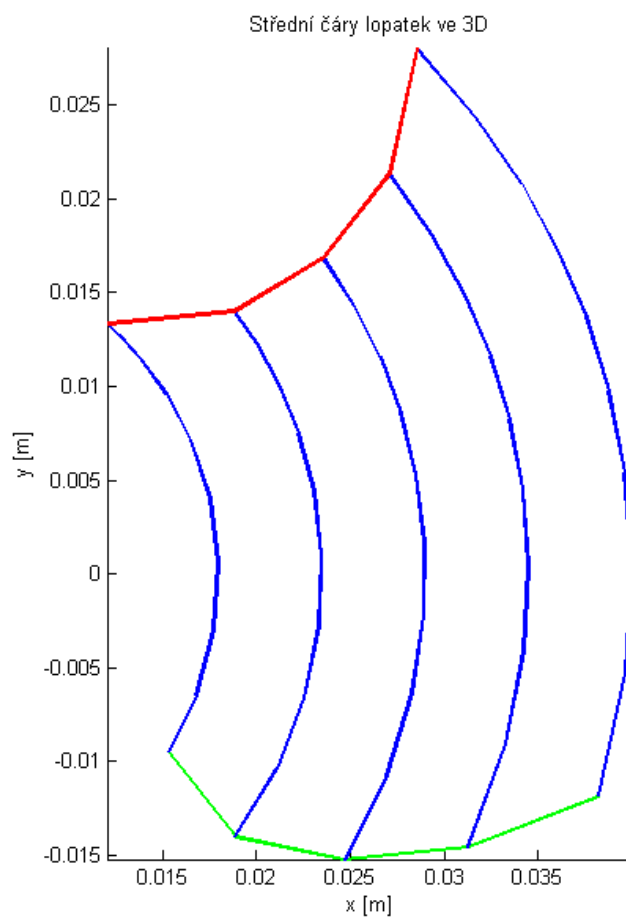


Obr. 13 Střední čáry lopatek v konformním zobrazení (1. stupeň)

Na předchozím obrázku jsou vyobrazeny střední čáry lopatek v konformním zobrazení. Je vidět, že střední čára lopatky u náboje (Nejvíce zakřivená s velkým výstupním úhlem lopatky) je velmi zakřivená téměř na hranici možností (maximální výstupní úhel lopatky volíme 85°).

Naopak lopatka u věnce (či potrubí pro axiální stroje) je velmi dlouhá a také je na ní již patrný inflexní bod přibližně uprostřed lopatky. Při voleném zatížení prvního stupně a nároku na délku lopatek bylo toto uznáno jako nejvhodnější kompromis pro tvary lopatek.

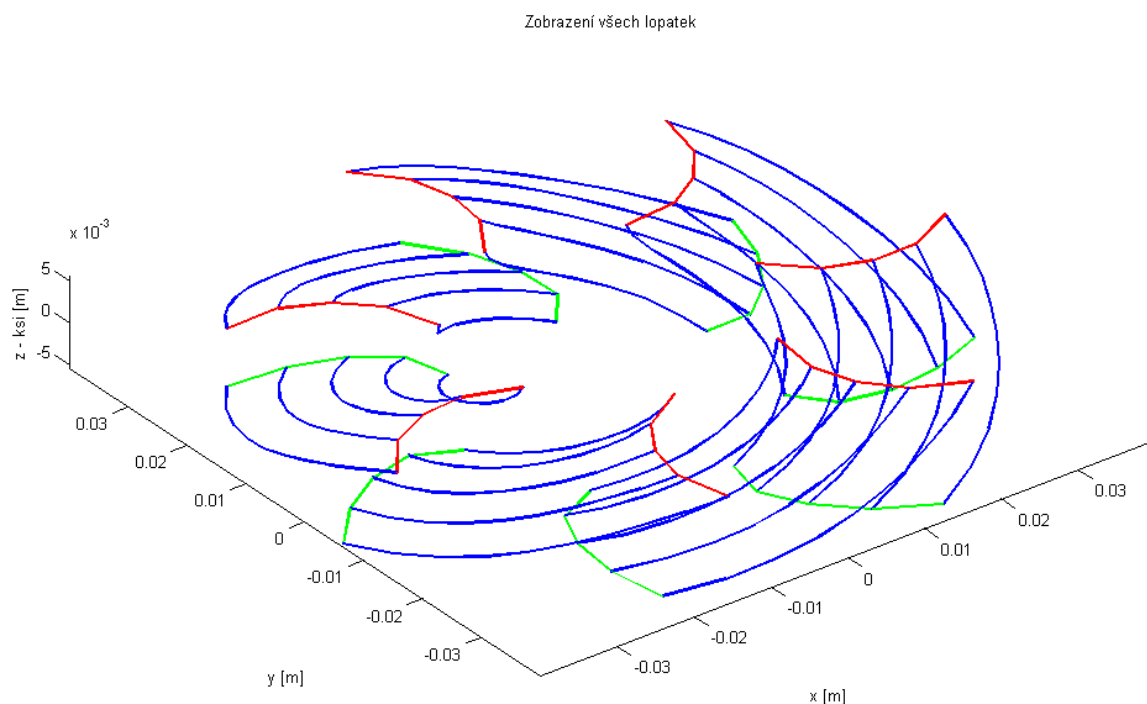
Následně byly tyto střední čáry lopatky vykresleny v 3 rozměrném prostoru v kartézských souřadnicích. Níže uvedený obrázek ukazuje lopatku prvního stupně z pohledu ve směru osy rotace stroje. Zeleně je označena nátoková hrana lopatky a červeně je označena odtoková hrana lopatky.



Obr. 14 Lopatka prvního stupně v pohledu ve směru osy rotace stroje (1. stupeň)

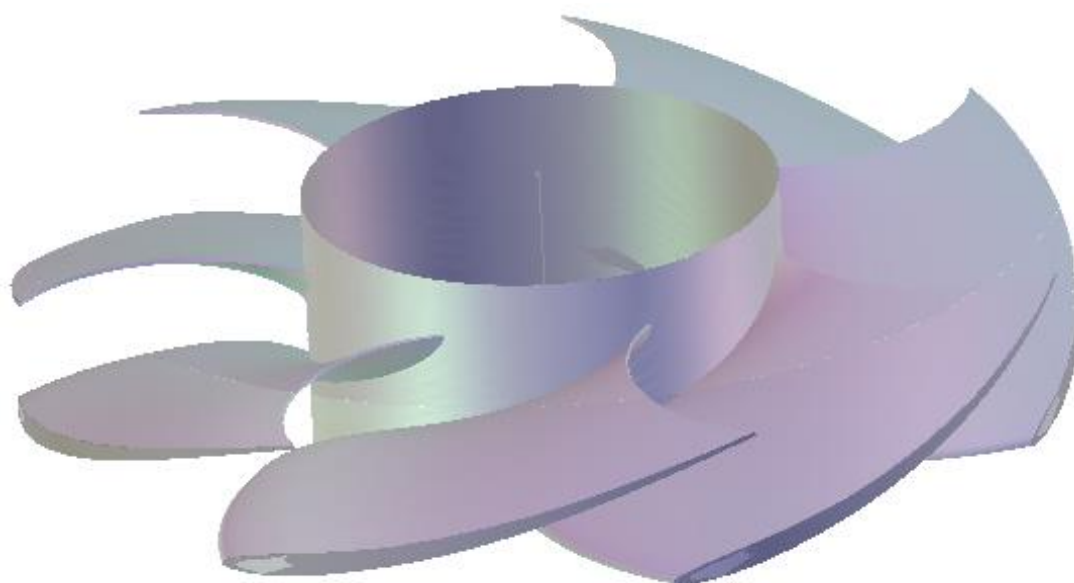
Na výše uvedeném obrázku je patrná ještě jedna konstrukční úprava, která napomáhá lepšímu přebírání vody a zabraňuje rázům. Touto úpravou je nekonstantní počátek lopatky. Toho se dosahuje vhodnou volbou parametru η_0 ve výše uvedených kapitolách o metodách tvarování lopatek. Této konstrukční úpravě jsme si mohli povšimnout také na obrázku. 13 kde je také vidět nekonstantní počátek lopatky posunutý právě o tento parametr η_0 . Doporučuje se tyto parametry volit tak, aby nátoková hrana lopatky měla tvar přibližně parabolický.

Na níže uvedeném obrázku je pak vyobrazeno Celé oběžné kolo ve zjednodušené podobě. Data z programu Matlab byly v této části přesunuty do programu Bladegen a dále vyhodnocovány programem CFX, který je specializovaný na výpočet proudění v rotačních strojích.



Obr. 15 Všechny lopatky prvního stupně čerpadla v 3D pohledu, Matlab (1. stupeň)

Další obrázek vyobrazuje situaci, která byla vykreslena programem Matlab na obrázku 15, tak jak ji vykreslil program Bladegen hned po přenesení všech dat z programu Matlab.



Obr. 16 Všechny lopatky prvního stupně čerpadla v 3D pohledu, Bladegen (1. stupeň)

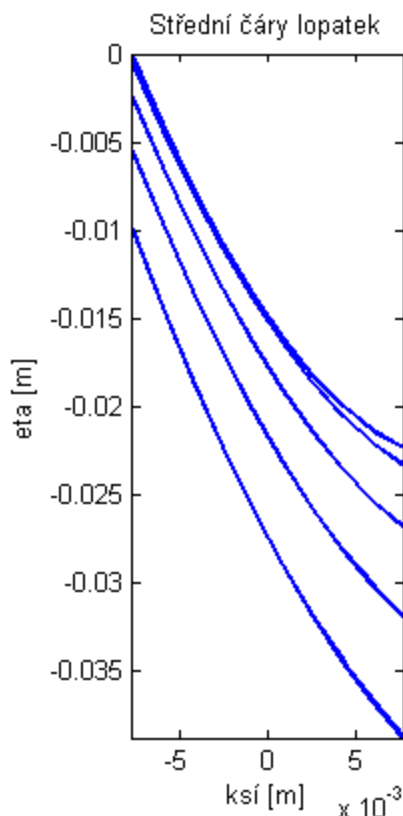
Na výše uvedeném obrázku 16 je dobře patrné to, na to již bylo upozorněno z kraje popisu tvaru lopatek prvního kola čerpadla a to, že u náboje jsou lopatky velmi zakřivené a u věnce (či v potrubí pro axiální stroje) jsou lopatky téměř rovné jen s malou změnou úhlu lopatky. Také vidíme, že inflexní bod, který by mohl dělat potíže, není téměř patrný.

V programu Bladegen pak byla nastavována i tloušťka lopatky, které není konstantní. Nastavena byla lineární změna tloušťky lopatky po její délce. Na nátokové hraně lopatky byla zvolena tloušťka 2 mm a na odtokové pak 0,3 mm. Dále byl nastaven tvar nátokové hrany lopatky tak, aby v průřezu lopatky byla elipsa s poměrem hlavní a vedlejší osy 7/1. Vedlejší osa je však rovna tloušťce lopatky na nátokové hraně lopatky, jak bylo uvedeno výše (2 mm). Velikost hlavní osy je pak tedy 14 mm. Tím se odsouvá nejtlustší část lopatky přibližně do 15-20% její délky.

Volba tloušťky lopatky byla dělána konzultací s vedoucím diplomové práce a dle zkušeností. Proto by bylo nutné ještě lopatky po celkovém hydraulickém výpočtu a návrh ještě ověřit jejich pevnost a dynamické vlastnosti.

11.1.2 Tvorba geometrie druhého oběžného kola

Lopatky druhého kola byly konstruovány analogicky k lopatkám prvního kola, také byly použity obě metody přírůstků tangenty doplnkového úhlu lopatky a vybrána ta vhodnější. Lopatka byla rovněž modelována pomocí pěti proudoploch.

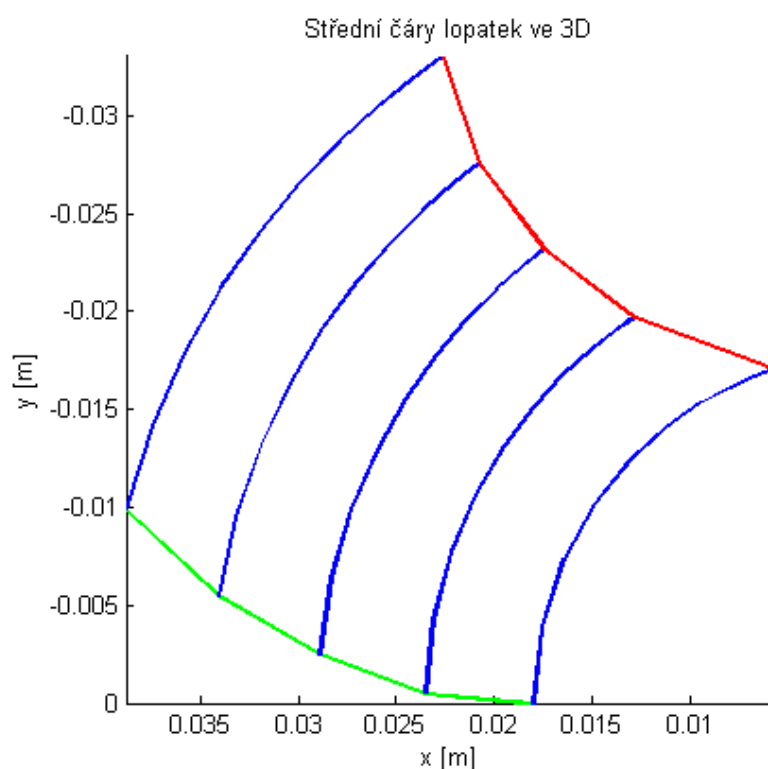


Obr. 17 Střední čáry lopatek v konformním zobrazení (2. stupeň)

Na výše uvedeném obrázku jsou vidět střední čáry lopatek na druhém stupni navrhovaného čerpadla. Vstupní úhel lopatky byl volen podle výstupních parametrů z prvního kola (Obr 9 tuto situaci dobře popisuje). Přičemž bylo předpokládáno, že velikost ani směr proudění vody se mezi jednotlivými stupni nezmění, nebo budou změny zanedbatelné.

Následně byly porovnány obě metody popsané v kapitole 10. Z porovnání těchto metod byla vybrána metoda lineárního přírůstku tangenty doplňkového úhlu lopatky, jelikož tvary lopatek, které metoda dávala, byly hydraulicky mnohem přívětivější. Kvadratická metoda se jevila jako velice nevhodná, jelikož střední čáry lopatek, které dávala, byly velmi pokroucené a také na nich byl velmi výrazný inflexní bod. Takové lopatky nemohou vodu dostatečně dobře vést, takže tedy byla zvolena metoda lineárního přírůstku. To s sebou nese jednu nevýhodu a to, že nemůžeme ovládat délku lopatky parametrem maximálního úhlu opásání, jako tomu bylo u kola prvního, kde jsme volili metodu kvadratickou.

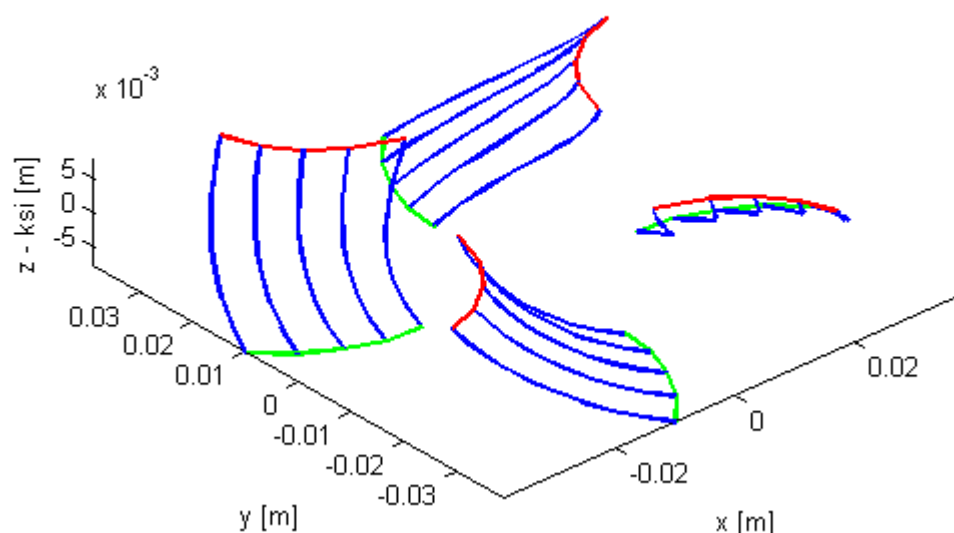
Rovněž nebyl nastaven tvar náběžné hrany lopatky na tvar parabolický, jak tomu bylo u kola prvního. To, protože doposud nevíme, jak se voda bude mezi jednotlivými stupni chovat, jaké bude proudění a zda tato konstrukční úprava má smysl. To dobře vidíme i na následujícím obrázku, kde nátoková hrana lopatky je označena zeleně a odtoková červeně:



Obr. 18 Lopatka prvního stupně v pohledu ve směru osy rotace stroje (2. stupeň)

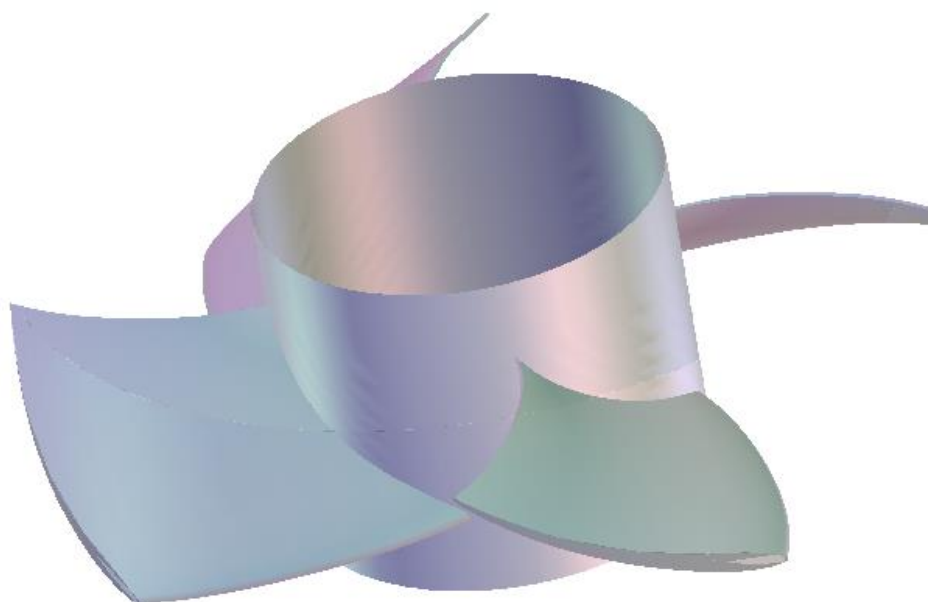
Dobrý pohled na celé kolo nám nabízí opět vykreslení v 3 rozměrném prostoru pomocí programu Matlab.

Zobrazení všech lopatek



Obr. 19 Všechny lopatky prvního stupně čerpadla v 3D pohledu, Matlab (2. stupeň)

Následující obrázek ukazuje stejnou situaci jako ten předchozí, pouze po přenesení dat z programu Matlab do programu Bladegen.

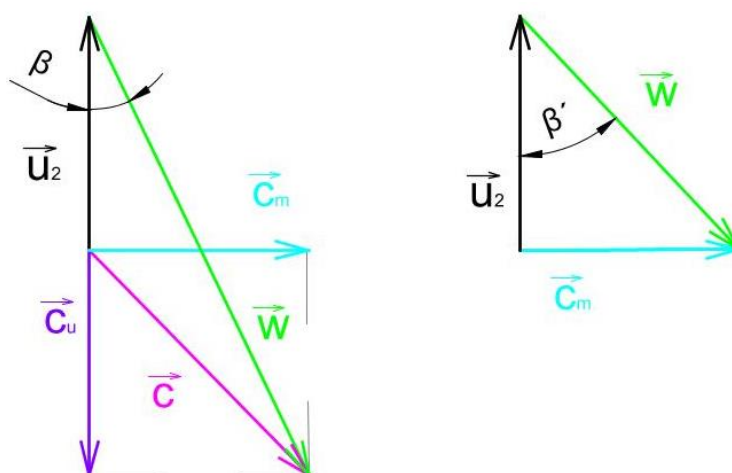


Obr. 20 Všechny lopatky prvního stupně čerpadla v 3D pohledu, Bladegen (2. stupeň)

Na výše uvedeném obrázku je také dobře patrné, že v této fázi konstruování tvaru lopatky v programu Bladegen byla opět nanesena tloušťka lopatky a opět nekonstantně. Všechny parametry tloušťky lopatky jsou totožné jako u prvního oběžného kola navrhovaného stroje.

11.1.3 Korekce lopatek druhého stupně na konečný počet lopat

U druhého kola pak bylo nutné vytvořit korekci výstupního úhlu lopatek, jelikož obě metody tvoření tvaru lopatek (popsáno v kapitole 10), jsou použitelné za předpokladu nekonečně husté lopatkové mříže. Tento předpoklad je v reálném světě však nespelnitelný. Mnou navrhované lopatkové mříže mají 7 (pro první stupeň) a 4 (pro druhý stupeň) lopatek. Směr rychlosti v mezilopatkovém kanále pak není konstantní. Tento směr je v oblasti lopatky stejný s návrhovým a uprostřed mezilopatkového kanálu má tento směr menší úhel než navrhovaný. Proto se lopatky musí navrhnout na trochu větší úhel, než tomu ve skutečnosti chceme. Pak je střední hodnota směru rychlosti taková, jakou požadujeme. Hodnotu, o kterou se úhel lopatky na výstupní hraně musí přetáhnout, musíme určit až z virtuálního experimentu v programu CFX: Takže se nejdříve provedla simulace s lopatkami bez korekce (uvažovali jsme nekonečně hustou lopatkovou mříž) a následně korigována následujícím způsobem.



Obr. 21 Rychlostní trojúhelník před korekcí (vlevo) a po korekci (vpravo)

Pokud chceme dostat z levého rychlostního trojúhelníku ten pravý, můžeme to udělat následujícím způsobem. Meridiální složka absolutní rychlosti se nám zachovává, pak můžeme ze znalosti goniometrie trojúhelníků napsat následující:

$$\operatorname{tg} \beta' \cdot u_2 = \operatorname{tg} \beta \cdot (u_2 + c_{u2}) \quad (11.1.3.1)$$

Z výše uvedeného vzorce pak už jen vyjádříme zkorigovaný úhel lopatky β' :

$$\beta' = \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg}(\beta) \cdot \frac{(u_2 + c_{u2})}{u_2} \right) \quad (11.1.3.2)$$

Pro výpočet bereme pouze velikosti rychlostí, neuvažujeme jejich směr, ten již byl uvážen při vytváření korekčního vzorce.

$$c_{u2} = \frac{Y_{\xi}}{\eta_h u_2}, \text{ tedy } \beta' = \operatorname{arctg} \left[\operatorname{tg}(\beta) \cdot \left(1 + \frac{Y_{\xi}}{\eta_h u_2^2} \right) \right] \quad (11.1.3.3)$$

11.2 Tvorba výpočtové sítě

Ve fázi, kdy je hotová a nachystaná geometrie obou oběžných kol, je nutné v těchto doménách vytvořit výpočetní síť. Velikost výpočetní sítě ovlivňuje nejen kvalitu výsledků, ale především výpočetní čas, proto byla volena výpočetní síť především tak, aby úloha byla v akademických podmínkách vypočitatelná. Proto bylo zvoleno následující:

Maximální počet buněk na kanál prvního kola: 120 000

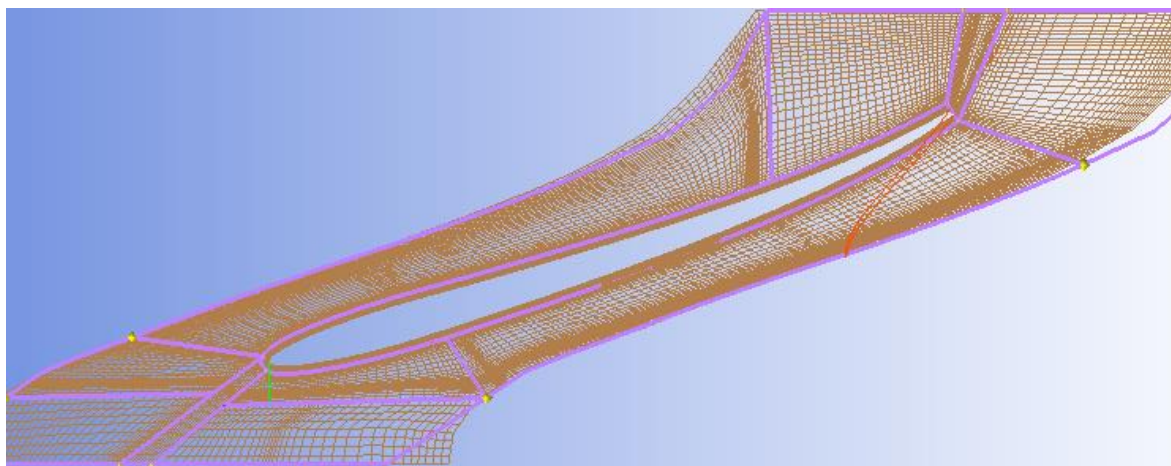
Maximální počet buněk na kanál druhého kola: 250 000

Jinými slovy, počet buněk byl volen tak, aby jedno oběžné kolo dohromady pro výpočet transientního typu úlohy, byl maximálně 1 milion. Dohromady tato úloha čítá přes dva miliony buněk, protože program pro generování sítě neumožňuje přesné dosažení počtu buněk, ale pouze se touto hodnotou limituje, či orientuje (podle nastavení).

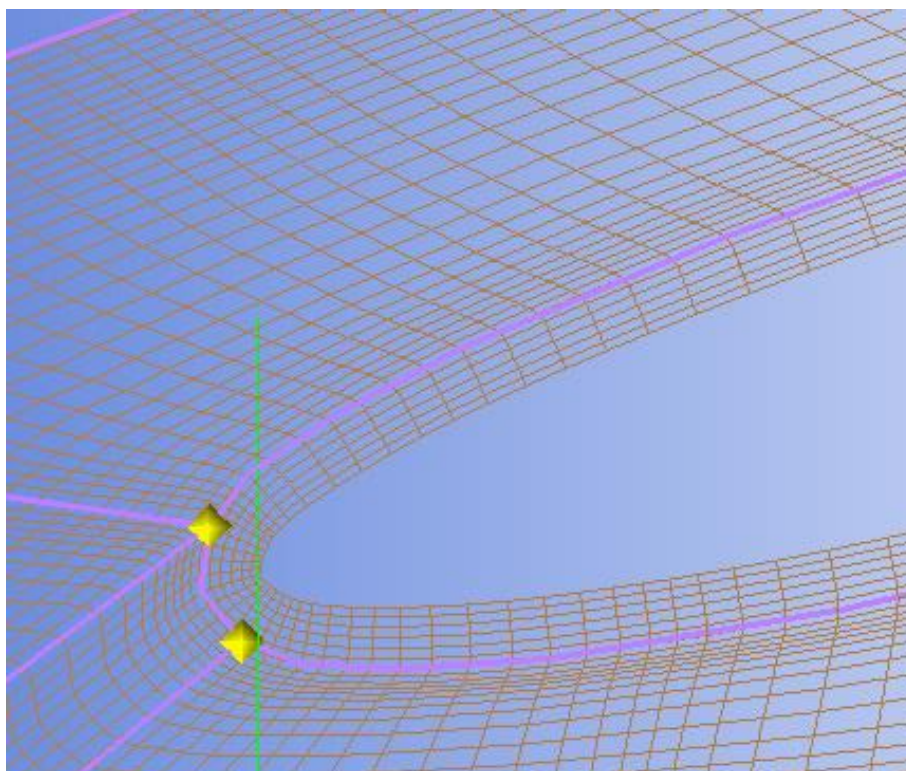
Dalším velice důležitým faktorem je kvalita výpočetní sítě, tím je myšleno to, že v oblastech, kde se v blízkosti nachází nějaká zeď, ať už pohyblivá či nikoliv, by měly být buňky v mnohem hojnějším počtu než v oblasti, kde se nachází pouze voda, pro podchycení mezní vrstvy. Velice obdobně je tomu v oblasti, kde očekáváme nějaké zajímavé úkazy proudění, například vírové struktury. Nebo je to oblast našeho zájmu obecně.

Buňky by měly splňovat v celé výpočetní síti (doméně) takzvané Aspect ratio, to je koeficient, který popisuje poměr nejdelší délky stěny buňky k té nejkratší. Obecně se doporučuje aby Aspect ratio nepřekračovalo hodnotu 10, ale pro náročné 3D sítě se povolují hodnoty i 100.

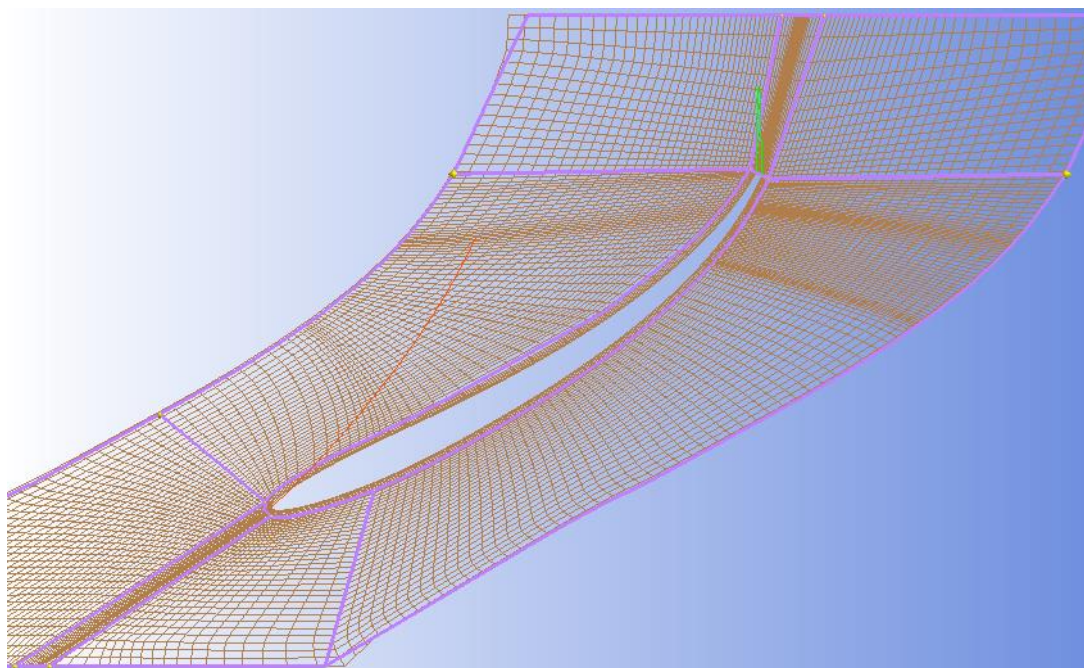
Další sledovanou hodnotou jsou úhly v jednotlivých buňkách. Ty by neměly být moc ostré nebo naopak příliš tupé. Tyto hodnoty si hlídá program pro síťování rotačních strojů Turbogrid sám, nicméně uživatel, pokud program vyhodnotí síť jako málo kvalitní, musí podniknout kroky již sám.



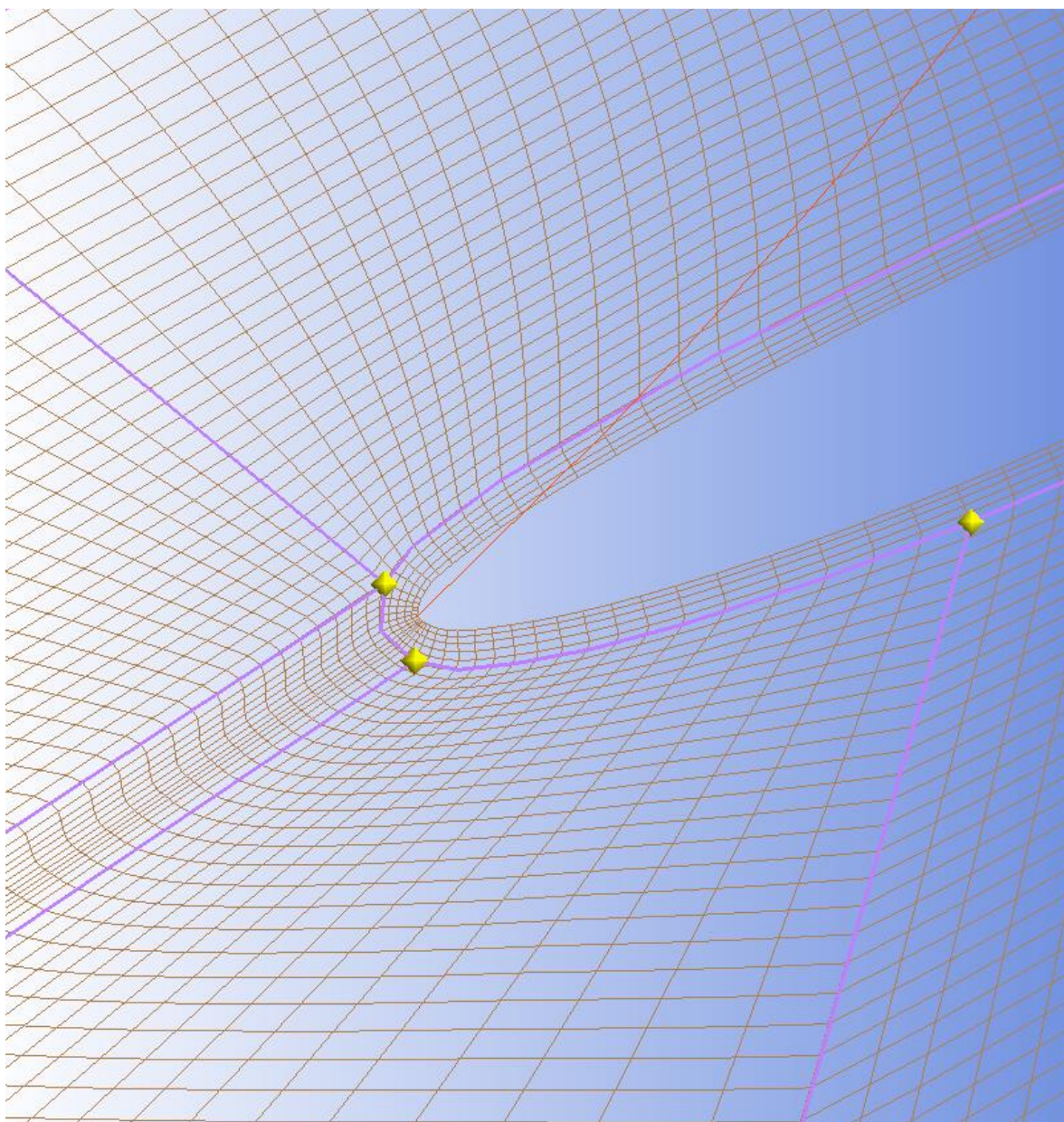
Obr. 22 Topologie sítě pro jednu lopatku prvního stupně



Obr. 23 Detail zahuštění výpočetní sítě pro podchycení mezní vrstvy (1. Stupeň)



Obr. 24 Topologie sítě pro jednu lopatku druhého stupně



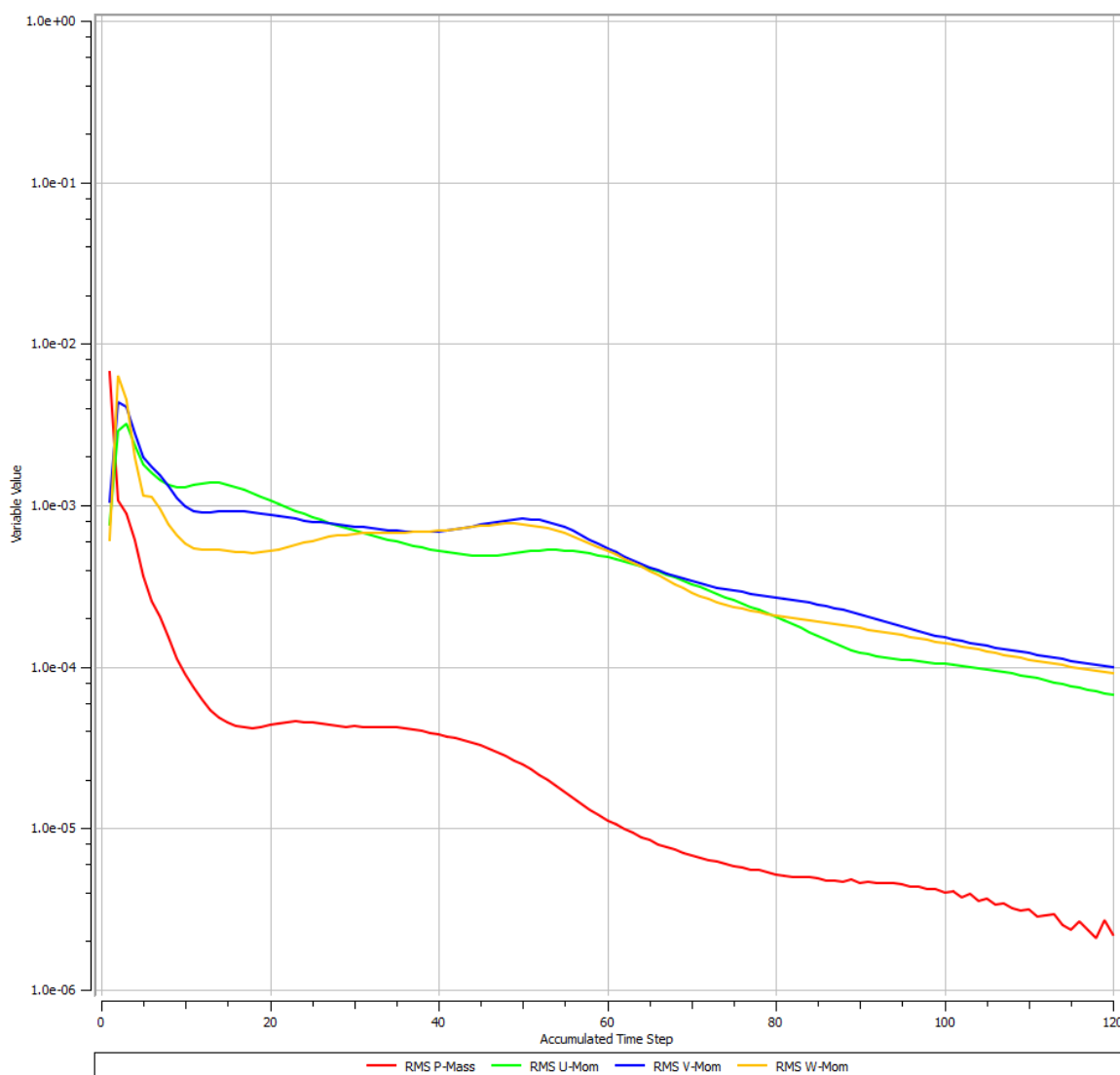
Obr. 25 Detail zahuštění výpočetní sítě pro podchycení mezní vrstvy (2. Stupeň)

Na výše uvedených obrázcích je vyobrazena výpočetní síť. Fialové čáry znázorňují topologii (rozdělení výpočetní domény do menších bloků, na kterých je definována konkrétní síť.) Tato topologie je důležitá vzhledem k podchycení například mezní vrstvy v oblasti blízko lopatky. Proto je lopatka obalena jednou oblastí, na které je síť jemnější než v okolí.

Výpočetní síť by na několika málo místech měla být jemnější, než ve skutečnosti bylo použito. Nicméně síť byla tvořena s ohledem na výpočetní počítač, na kterém výpočet probíhal, tudíž musely být zavedeny nějaké vstupní požadavky na síť, které byly uvedeny výše.

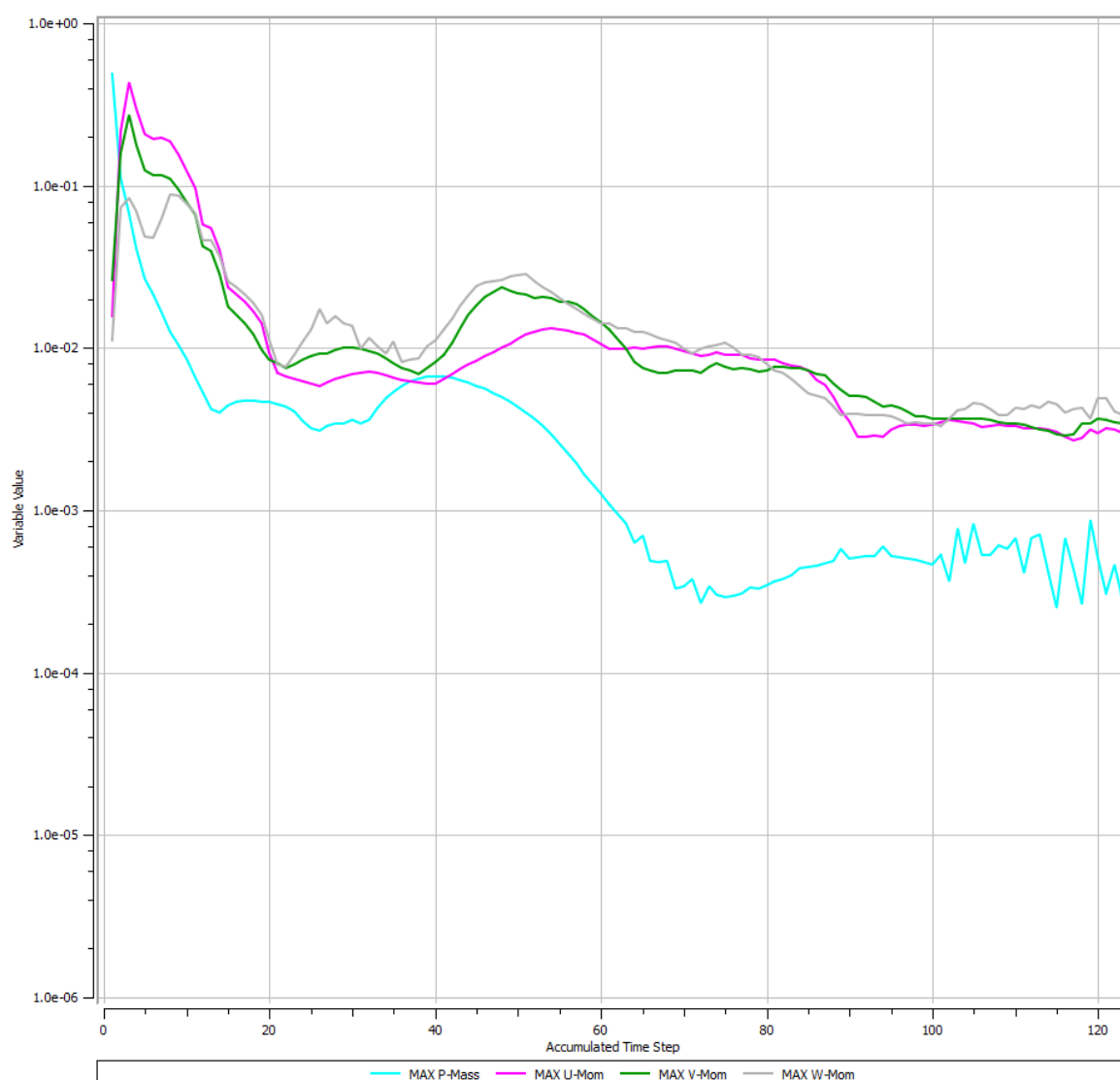
11.3 Samotný výpočet

Samotný výpočet je v podstatě bezobslužná záležitost. Správně podmíněná a zadaná úloha se spustí a program po určité době (v závislosti na počtu buněk, výkonu počítače a podmíněnosti úlohy) vypočítá všechny parametry. Výpočet se nejdříve spouští na nižší schéma přesnosti (zpravidla upwind 1. řádu) a následně po dokončení se úloha spouští znovu na schéma vyšších řádů přesnosti. (v CFX popsáno jako High resolution – vyšší přesnost). Pro všechny vyhodnocované výpočty bylo nastaveno, aby program ukončil výpočet, pokud všechny reziduály klesnou pod hodnotu 10^{-4} . Znázornění konvergence pak program CFX-Solve vykreslil například takhle:



Obr. 26 Vyobrazení konvergence úlohy (RMS)

Program CFX Solve vykresluje tzv. RMS, to je zkratka Root mean square. To znamená, že program jistým algoritmem středuje hodnotu reziduálů. Nicméně směřovatější je sledovat maximální hodnotu reziduálů, to pro stejný výpočet, jako byl uveden na obrázku 26, může vypadat následovně:



Obr. 27 Vyobrazení konvergence úlohy (MAX)

Pro interakci mezi pohybujícími se plochami (oblast mezi stupni, ale i mezi prvním stupněm a vstupní doménou; druhým stupněm a oblastí výstupní domény) je možnost použít 2 metody. V CFX jsou pojmenovány jako:

- Frozen rotor
- Stage

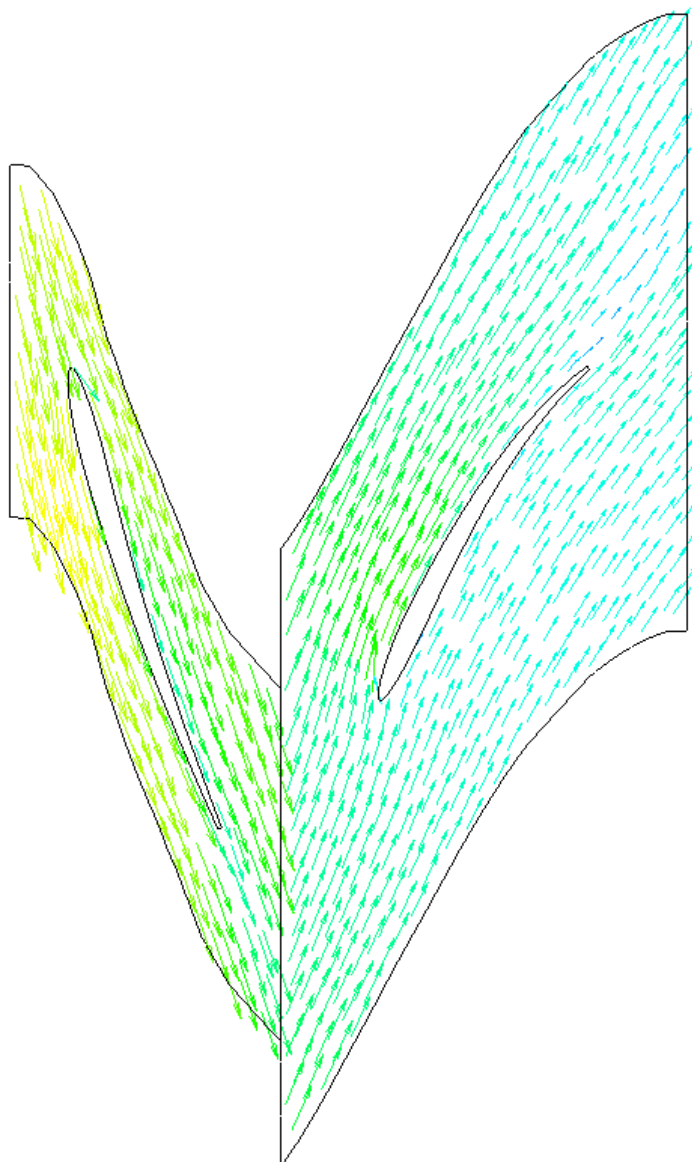
Pro vícestupňová čerpadla se doporučuje používat metodu Stage. Tato metoda hodnoty na kraji domény střeďuje a předává informaci na další doménu, ta opět informaci střeďuje a následně předává zpět doméně první, velmi zjednodušeně řečeno.

12 VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ

Výsledky, které napočítal program CFX-Solve byly vyhodnocovány pomocí dalšího programu rodiny CFX, konkrétně programem CFX –Post. Ten umí nejen vyhodnotit různé středované hodnoty, ale i vykreslit různé veličiny, tak jak je v těchto programech standardní. CFX-post v sobě má zakomponován i skript (krátký program), který umí vyhodnotit, hodnoty totálních tlaků, krouticí moment a podobné důležité hodnoty pro zjištění účinnosti hydraulického stroje a také umí zobrazit různé veličiny i v konformním zobrazení, což je mnohdy o hodně názornější než zobrazení v klasickém kartézském souřadném systému.

V této části vyhodnocení výsledků bude uveden pouze výpočet pro jeden návrhový bod a okomentován způsob vyhodnocení jednoho výpočetního bodu. Následně v další části této kapitoly budou okomentovány zajímavé případy, které nastaly.

První kontrolou bylo rychlostní pole relativní rychlosti a bezrázový vstup na lopatku:

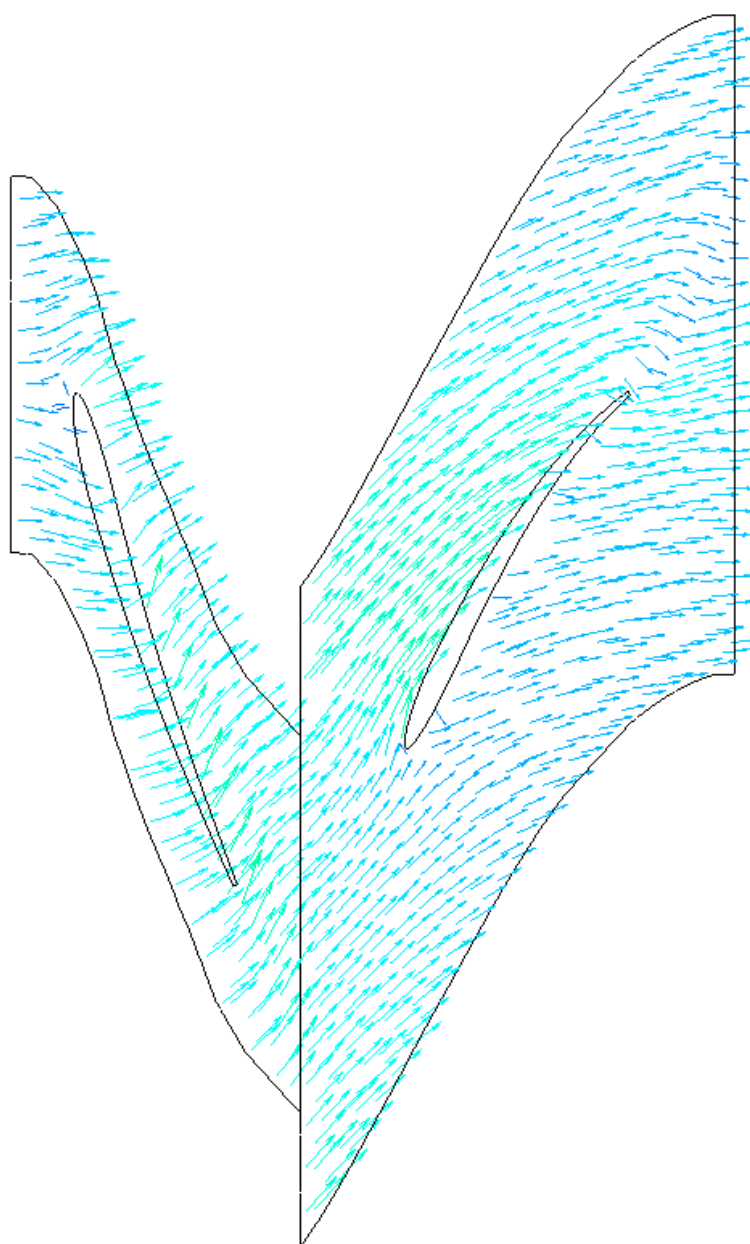


Obr. 28 Relativní rychlosti v prvním i druhém stupni, bezrázový vstup

Na výše uvedeném obrázku vidíme dvě oblasti v konformním zobrazení. Levá oblast je jeden lopatkový kanál prvního kola, který se pohybuje směrem nahoru. V pravé části je pak jeden kanál druhého stupně čerpadla a pohybuje se dolů, tedy kanály se pohybují protiběžně. Proudění pak probíhá zleva doprava.

Pro dokonalý a hladký chod je potřeba zabezpečit tzv. bezrázový vstup. To znamená, že relativní rychlost v oblasti náběžné hrany lopatky má stejný směr jako lopatka. Tento úhel se počítá z průtoku a navrhuje se podle něj lopatka, takže pro návrhový bod by to mělo být splněno v podstatě vždy. Pokud čerpadlo budeme provozovat i na jiných pracovních bodech, než je návrhový (výpočetní) bod, pak může hrozit to, že vstup na lopatku nebude bezrázový a pak může docházet k odtrhávání mezní vrstvy a prudkému poklesu účinnosti.

Další sledovaným rychlostním polem bylo pole absolutních rychlostí:



Obr. 29 Absolutní rychlosti v prvním i druhém stupni

Na výše uvedeném obrázku 29 vidíme rychlostní pole absolutních rychlostí v lopatkových kanálech prvního a druhého stupně čerpadla.

Za povšimnutí stojí, že do prvního stupně proudí voda rovně, to je v pořádku, slouží to jako kontrola, že výpočet byl nastaven dobře.

Za prvním kolem je absolutní rychlost odkloněna, to je také v pořádku, podle Eulerovy rovnice, pokud chceme do kapaliny dodat hydraulickým strojem energii, musí vzniknout unášivá složka absolutní rychlosti a musí vzniknout se stejným znaménkem jako unášivá rychlost. Tedy absolutní rychlost se musí naklonit do směru rotace oběžného kola.

Druhé kolo se pak otáčí protiběžně a bylo navrhováno tak, aby unášivou složku opět vynulovalo a ještě dodalo trochu energie do kapaliny. Opět vyplývá z Eulerovy rovnice pro čerpadlo, že unášivá složka se musí klonit do směru rotace kola a tady je to v pořádku, protože druhý stupeň rotuje směrem dolů. Tedy unášivá složka absolutní rychlosti se opět narovná.

Můžeme si všimnout, že na výstupu z druhého stupně je unášivá složka téměř vodorovná. V různých oblastech je pak tato složka různě nakloněna. To je jev toho, že lopatková mříž má konečný počet lopatek a ne nekonečný. Tedy vznikají fluktuace složek rychlostí. Byl stanoven cíl, aby unášivá složka rychlosti na výstupu z čerpadla splňovala následující:

$$\frac{c_u}{c_m} \leq 0,1 \quad (12.1)$$

Programem CFX-Post bylo provedeno středování této unášivé rychlosti přes plochu (výstupní plocha má tvar mezikruží a nachází se na výstupní části z čerpadla) podle vztahu:

$$c_{u,stř} = \frac{1}{S} \int_S c_u dS \quad (12.2)$$

Střední hodnota unášivé složky absolutní rychlosti pak byla vyhodnocena na:

$$c_{u,stř} = 0,19748 \text{ m/s} \quad (12.3)$$

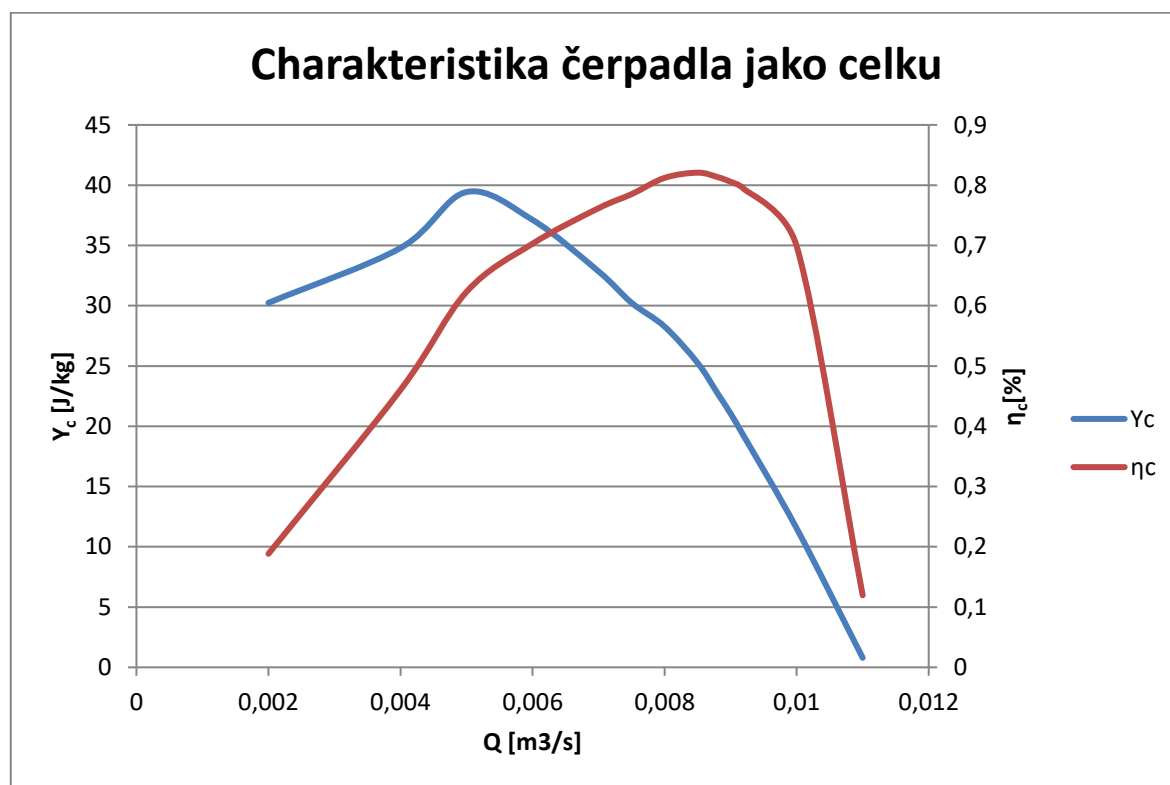
Což odpovídá hodnotě poměru

$$\frac{c_u}{c_m} = \frac{0,19748}{2,1204} = 0,09313 \leq 0,1 \quad (12.4)$$

Tedy požadavek byl splněn.

Takto tedy vypadá proudění v oběžných kolech pro návrhový bod. V dnešní době je však velkým trendem provozovat čerpadla i dost daleko od optimálního bodu a požadovat v té oblasti vysokou účinnost stroje. Toho se dosahuje velmi obtížně a mnohdy je to i nereálně z hlediska dynamiky stroje. Pro vyhodnocení tohoto typu byly sestrojeny charakteristiky čerpadla pro různé předpoklady. Charakteristika byla vyhodnocena pro jednotnou geometrii obou kol, tedy neměníme geometrii, ale pouze vnější parametry kol jako jsou otáčky, či krouticí moment, a specifické otáčky.

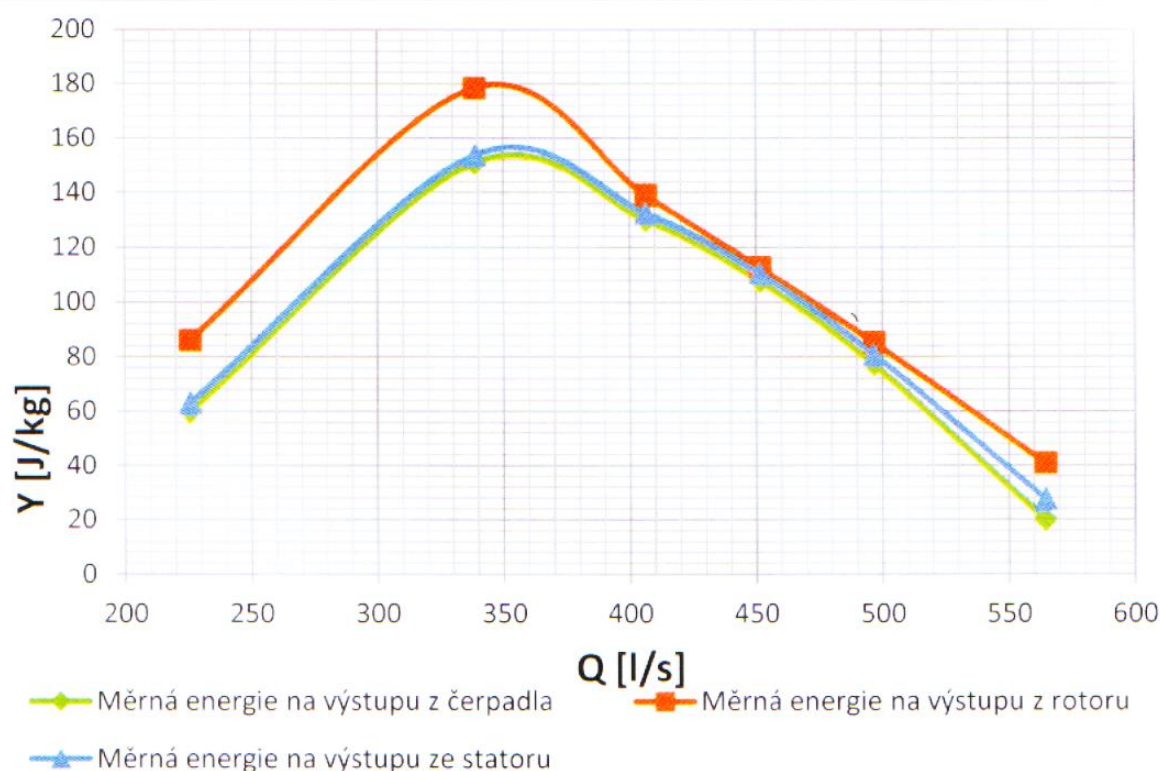
První zkoumanou charakteristikou je charakteristika, která vznikne, pokud čerpadlo poběží tak jak bylo navrženo bez různého ladění obou kol. Tedy první oběžné kolo i druhé oběžné kolo budou mít návrhové otáčky.



Graf. 1 Charakteristika čerpadla jako celku (konstantní otáčky)

Na výše uvedeném grafu vidíme charakteristiku čerpadla jako celku. Tedy oba stupně čerpadla jsou funkční a otáčí se otáčkami, pro které byly vypočteny. Pokud charakteristiku čerpadla porovnáme s obrázkem 4, který byl v úvodní části této diplomové práce, tak zjistíme, že čerpadlo má očekávané vlastnosti pouze v oblasti od průtoku cca 5 l/s po jeho průběh, nicméně v oblasti pod průtokem 5 l/s je čerpadlo nestabilní a charakteristika klesá. To je na axiální čerpadlo dost nestandardní jev. Avšak tento jev byl porovnán s čerpadlem ze zdroje [7], které mělo blízkou hodnotu specifických otáček. Konkrétně $n_s=680$.

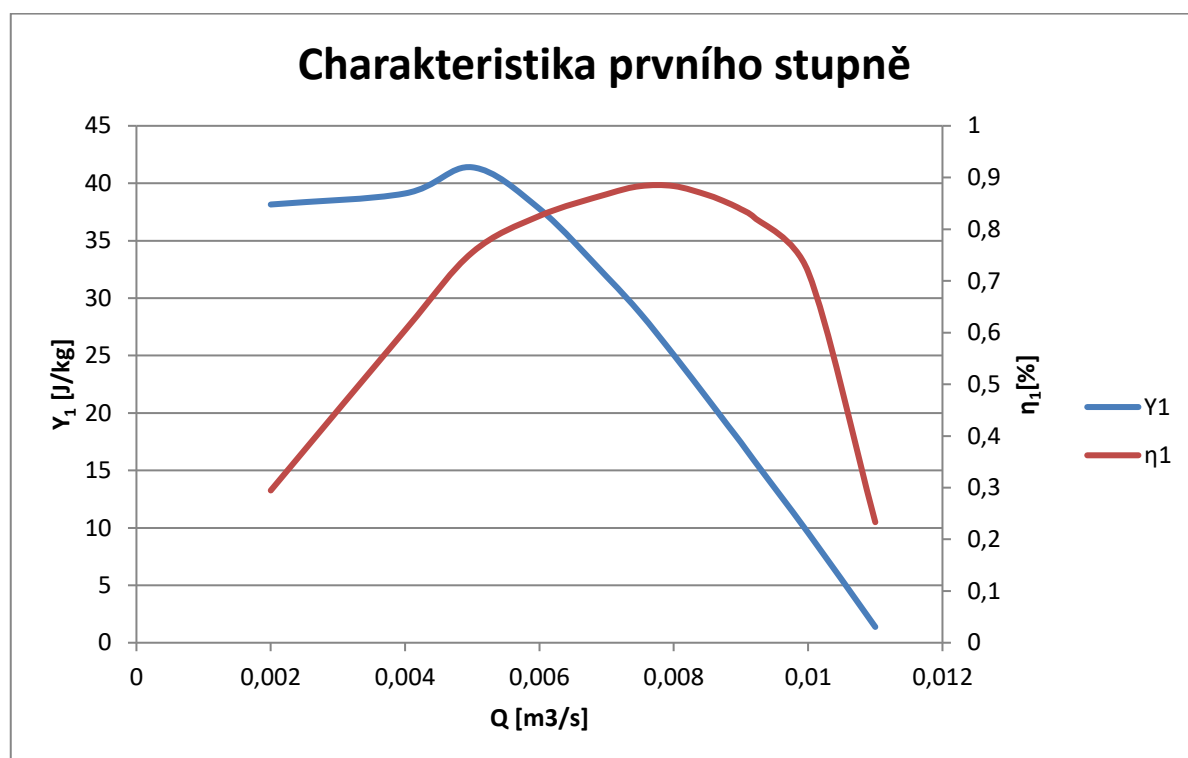
Měrné energie čerpadla



Graf. 2 Charakteristika čerpadla s blízkými specifickými otáčkami, Diplomová práce Ing. Stareček ($n_s \doteq 680$) [7]

Účinnostní charakteristika je pak relativně v pořádku. Průběh je přibližně parabolický, což je naprosto v pořádku. Nejvyšších účinností (cca 82%) se dosahuje v oblasti kolem průtoku 8,5 l/s, což je návrhový bod čerpadla, tedy je vše v pořádku.

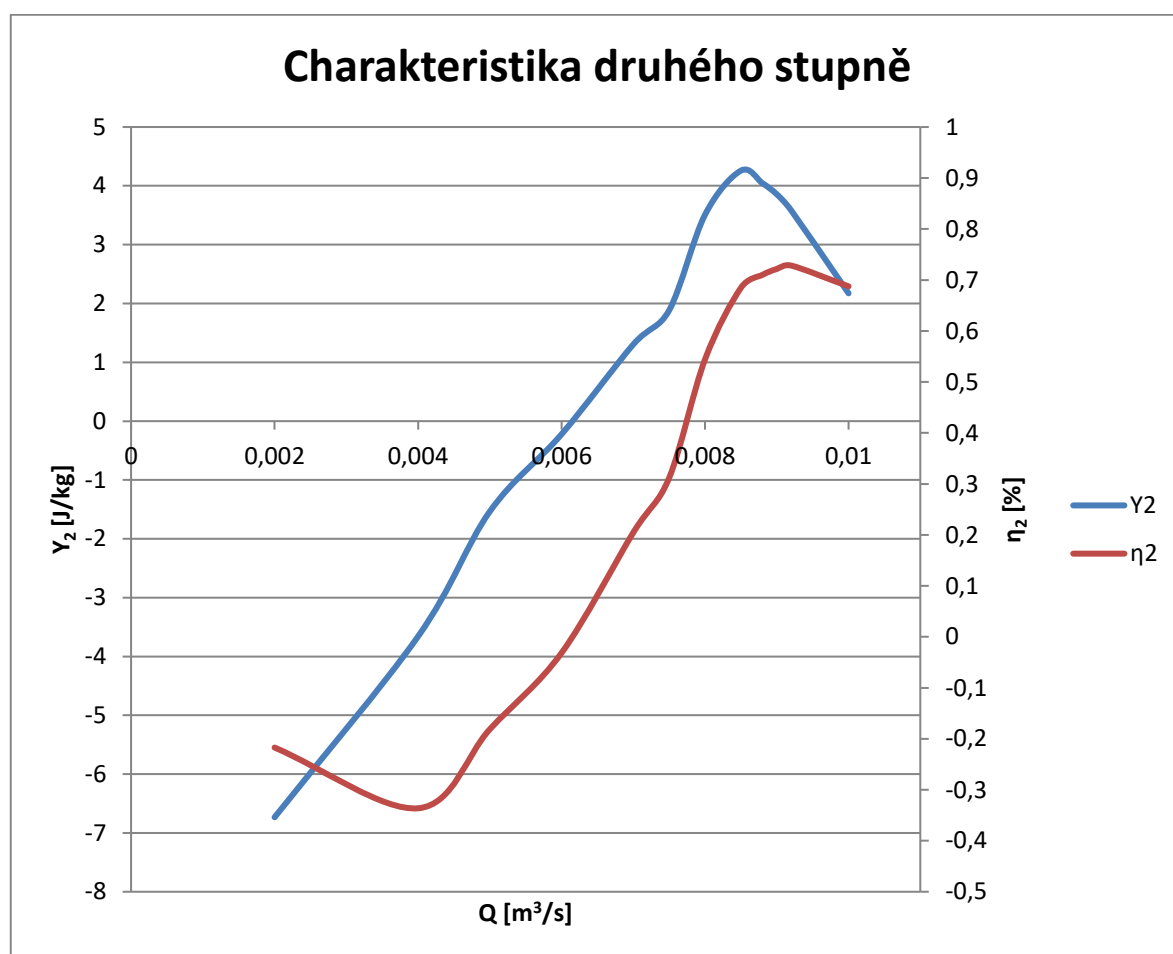
Pokud blíže prozkoumáme charakteristiky jednotlivých stupňů, pak můžeme vidět další zajímavé oblasti, které stojí za povšimnutí. U prvního stupně tyto oblasti moc nejsou, jelikož první stupeň se chová relativně běžně:



Graf. 3 Charakteristika prvního stupně čerpadla (konstantní otáčky)

Pokud graf opět porovnáme s charakteristikou čerpadla ze zdroje [7], pak vidíme, že se první stupeň čerpadla chová opravdu standardně. Co ovšem stojí za povšimnutí, že maximum účinnosti se je posunuté mírně do nižších hodnot průtoku od návrhového bodu. Konkrétně je posunuto do hodnoty průtoku cca 8 l/s a hodnota maximální účinnosti činí cca 88,4 %.

Nyní podobně prozkoumáme charakteristiku druhého stupně čerpadla a zjistím, že je velice odlišná od charakteristiky toho prvního stupně:



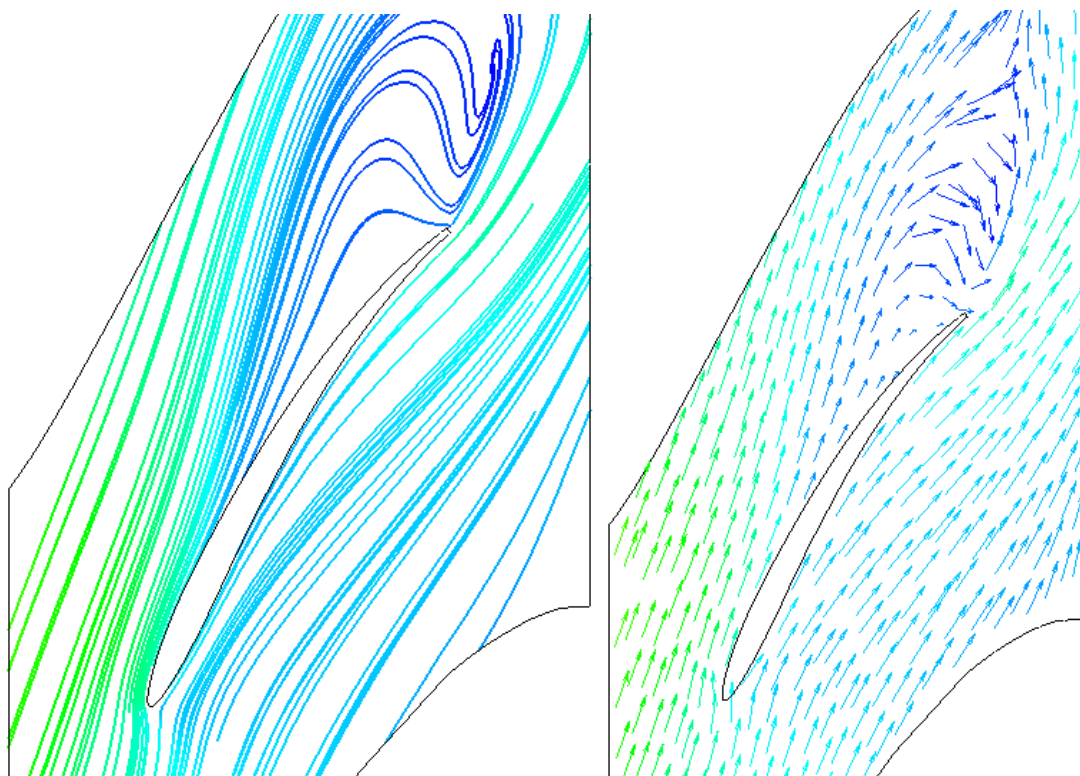
Graf. 4 Charakteristika druhého stupně čerpadla (konstantní otáčky)

V charakteristice druhého stupně můžeme vidět, že se chová velice nestandardně. Druhý stupeň je navržen tak, aby převzal rychlostní trojúhelník z výstupu stupně prvního a zpracoval ho tak, aby na výstupu byla, pokud možno nulová unášivá složka absolutní rychlosti. Pokud měníme vstupní meridiální rychlost (mění se kvůli změně hodnoty průtoku), pak se výrazně mění vstupní trojúhelník na druhý stupeň a ten pak svoji funkci neplní zcela korektně, nebo naopak, jak vidíme ve výše uvedeném grafu, pod oblastí průtoku 6 l/s začne druhé kolo dokonce energii odebírat, což je naprosto kontraproduktivní.

Na níže uvedeném obrázku je znázorněno proudění v mezilopatkových kanálech v oblasti kolem 6 l/s, kde se děje změna v měrné energii, tak v účinnosti. Kolo zde přechází do režimu, kdy energii z kapaliny začíná odebírat a nikoliv přidávat. Tento režim může být režimem turbínovým nebo režimem nazývaným jako hydraulická brzda. Určení, o jaký režim se jedná rozhoduje hodnota měrné energie a krouticího momentu.

Oblast použitelnosti druhého stupně tedy značně ovlivňuje oblast použití celého čerpadla, má velký vliv na výslednou účinnost.

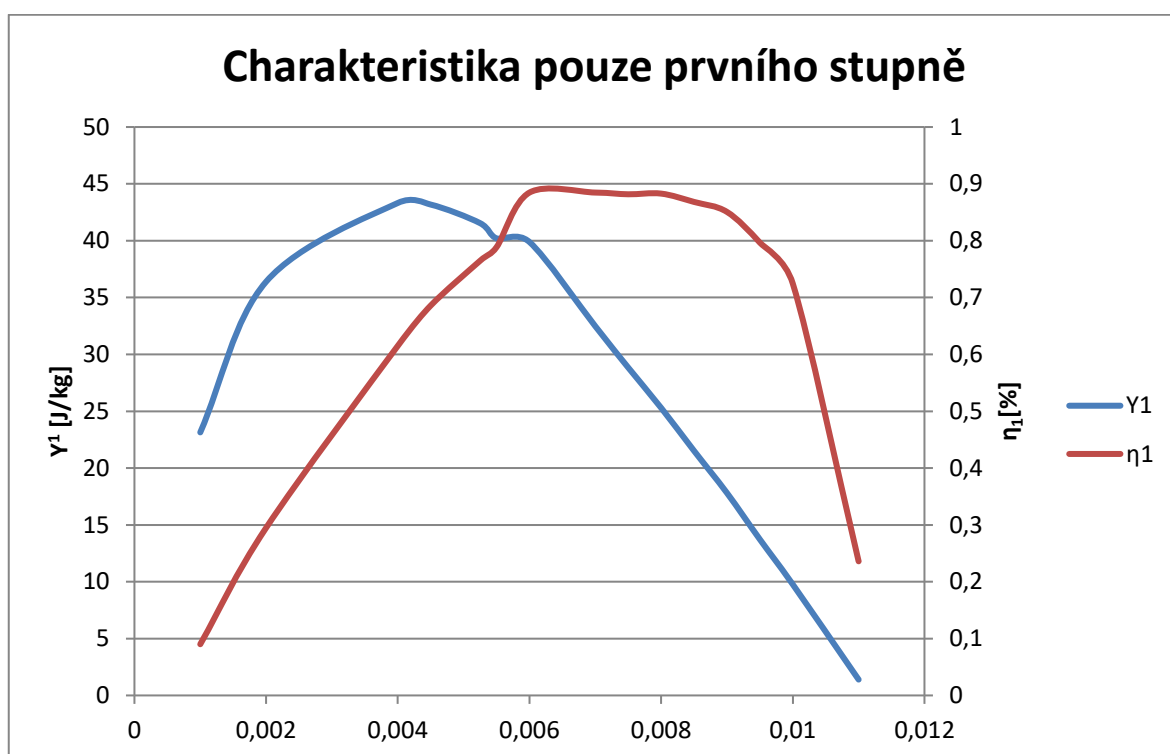
Maximální hodnotu účinnosti druhý stupeň dosahuje v oblasti kolem 9 l/s a dosahuje hodnoty cca 72,8 %. Můžeme si povšimnout, že druhé kolo naopak optimálního bodu dosahuje mírně nad návrhovým bodem, což je přesně naopak oproti stupni prvnímu.



Obr. 30 Znázornění odtržení mezní vrstvy na tlakové straně lopatky druhého stupně pomocí vektorů relativních rychlostí a proudnic

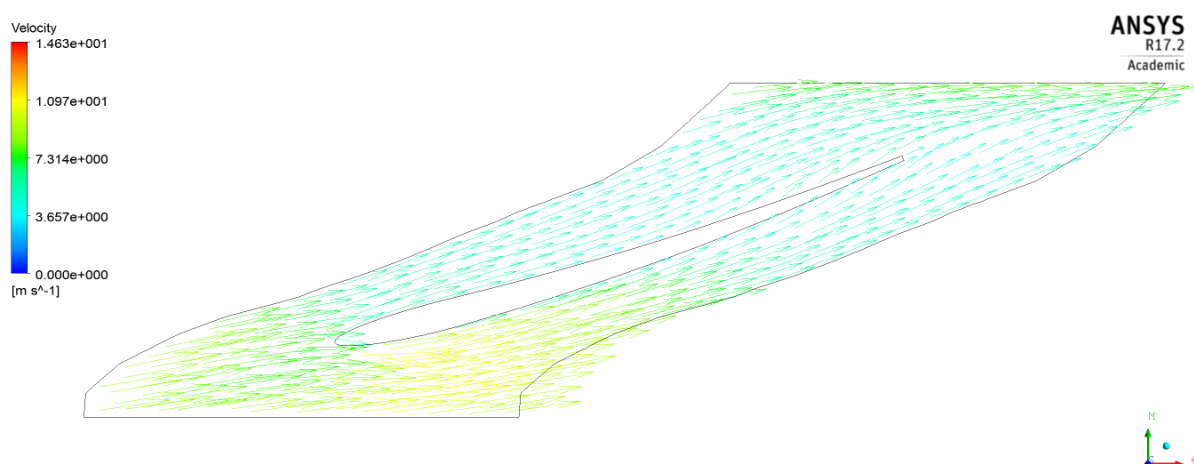
Na výše uvedeném obrázku je vidět odtržení mezní vrstvy na tlakové straně lopatky (dochází ke zpětnému proudění). Toto odtržení má pak za následek to, že druhý stupeň nedodává energii do kapaliny, nýbrž ji z kapaliny odebírá, a to je nežádoucím jevem. Za povšimnutí stojí, že vstup na lopatku je stále bez rázový, i když se vstupní rychlost vlivem změny průtoku značně snížila.

V této fázi návrhu je snaha navrhnout a zrealizovat optimalizaci celého čerpadla tak, aby jeho charakteristika byla mnohem širší a plošší (tedy použitelnější pro mnohem větší rozsah průtoků). První zkoumanou vlastností je vliv druhého stupně na charakteristiku toho prvního. Pro to byla napočítána charakteristika pouze prvního stupně bez vlivu všeho ostatního, tedy výpočet probíhal pouze v doméně prvního stupně, to by se dalo označit též jako vírové kolo, jelikož výstup byl silně ovlivněn unášivou složkou absolutní rychlosti, která nebyla odstraněna statickými lopatkami, či druhým rotačním stupněm.



Graf. 5 Charakteristika prvního stupně čerpadla (bez vlivu ostatních dílů stroje)

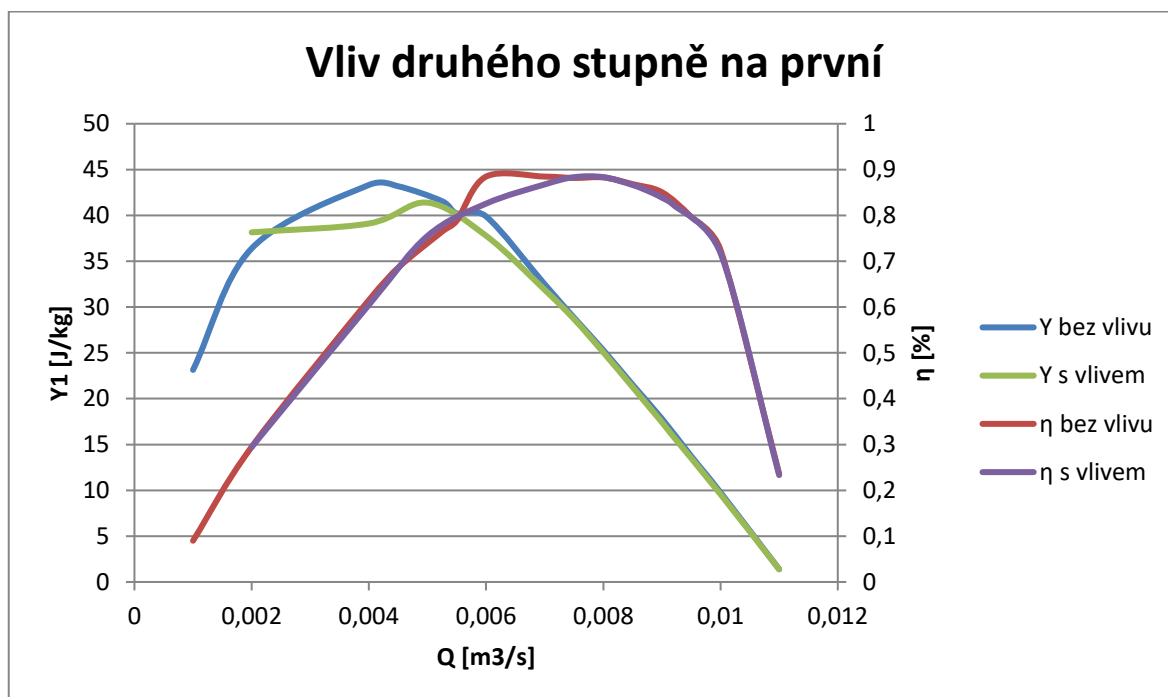
Na charakteristice prvního stupně, který byla počítána zcela samostatně bez vlivu ostatních částí stroje je vidět, že je výrazně nestabilní. Výraznou oblastí, která stojí za povšimnutí je oblast přibližně kolem 5 l/s, kde charakteristika udělá výrazný skok jak v účinnosti, tak v měrné energii. To může být způsobeno konkrétní geometrií čerpadla a může se zde dít něco zajímavého v proudění, proto se na proudění podíváme blíže:



Obr. 31 Znázornění rychlostního pole relativních rychlostí v lopatkovém kanále prvního stupně čerpadla.

Na předchozím obrázku můžeme vidět, jak se mění relativní rychlosti v lopatkovém kanále prvního stupně navrhovaného čerpadla. Vstupní rychlost na lopatku je v pořádku, je pod stejným úhlem jako lopatka, takže vstup je bez rázový. Výstup z lopatky je také v pořádku, k odtrhávání mezní vrstvy nedochází. Co je ale zajímavé, že relativní rychlost se u konce výpočetní domény naprosto pokládá do směru rychlosti unášivé, tedy do směru rotace kola. To může způsobovat právě tento skok v charakteristice prvního stupně.

Nyní, když máme k dispozici charakteristiku prvního stupně bez vlivu druhého kola i charakteristiku prvního stupně s vlivem druhého kola, můžeme tyto dvě charakteristiky mezi sebou porovnat a zjistit, jaký vliv má druhé kolo na kolo první. Pořád však uvažujeme, že se kola otáčejí konstantními otáčkami, pro které byly navrženy. Tedy první kolo 3000 min^{-1} a druhé kolo 1000 min^{-1} .



Graf. 6 Vliv druhého stupně na první

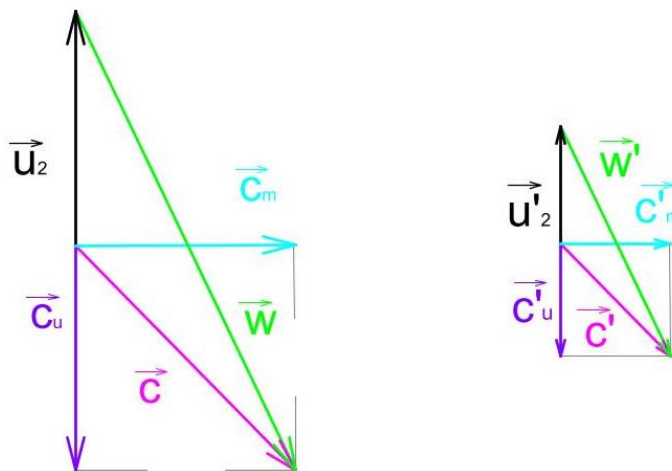
Na výše uvedeném grafu vidíme, jak se změní charakteristika prvního stupně, jakmile za něj umístíme druhý stupeň. V oblastech, kde jsou nízké průtoky, nebo naopak velmi vysoké průtoky pozorujeme, že se charakteristika jak účinnosti, tak charakteristika měrné energie, nemění. Je téměř totožná.

V oblasti průtoků od 5,5 l/s až 7,5 l/s se účinnost značně zlepšila a její průběh je mnohem logičtější než průběh účinnosti pro kolo samostatné.

V oblasti průtoků od 2 l/s až 7 l/s se odchyluje charakteristika měrné energie. Zeleně označená charakteristika je charakteristika s vlivem druhého oběžného kola, která byla ověřena pomocí porovnání s charakteristikou ze zdroje [7]. Tedy víme, že její průběh je v pořádku, nicméně charakteristika pro první stupeň bez vlivu druhého stupně je jiného rázu a podobá se svým tvarem spíše charakteristice nestabilního radiálního čerpadla.

Významným bodem tohoto grafu je pak bod průtoku cca 5,5 l/s, kde se všechny křivky protínají. V této oblasti jsme na předchozí straně zkoumali odskok charakteristiky od očekávaného průběhu. Může to být způsobenou prouděním relativní rychlosti, tak jak to bylo popsáno v odstavcích výše.

Dalším krokem k optimalizaci charakteristiky bylo zjistit, jaký vliv na charakteristiku bude mít měnění otáčkové frekvence druhého stupně. Tato myšlenka vyvstala z porovnání rychlostního trojúhelníku pro průtok z návrhového bodu a pro průtok přesně poloviční.



Obr. 32 Podobné rychlostní trojúhelníky při změně průtoku ($k=0,5$)

Jak vidíme, na výše uvedeném obrázku, tak trojúhelníky jsou podobné. To je dobrá zpráva, jelikož platí, že:

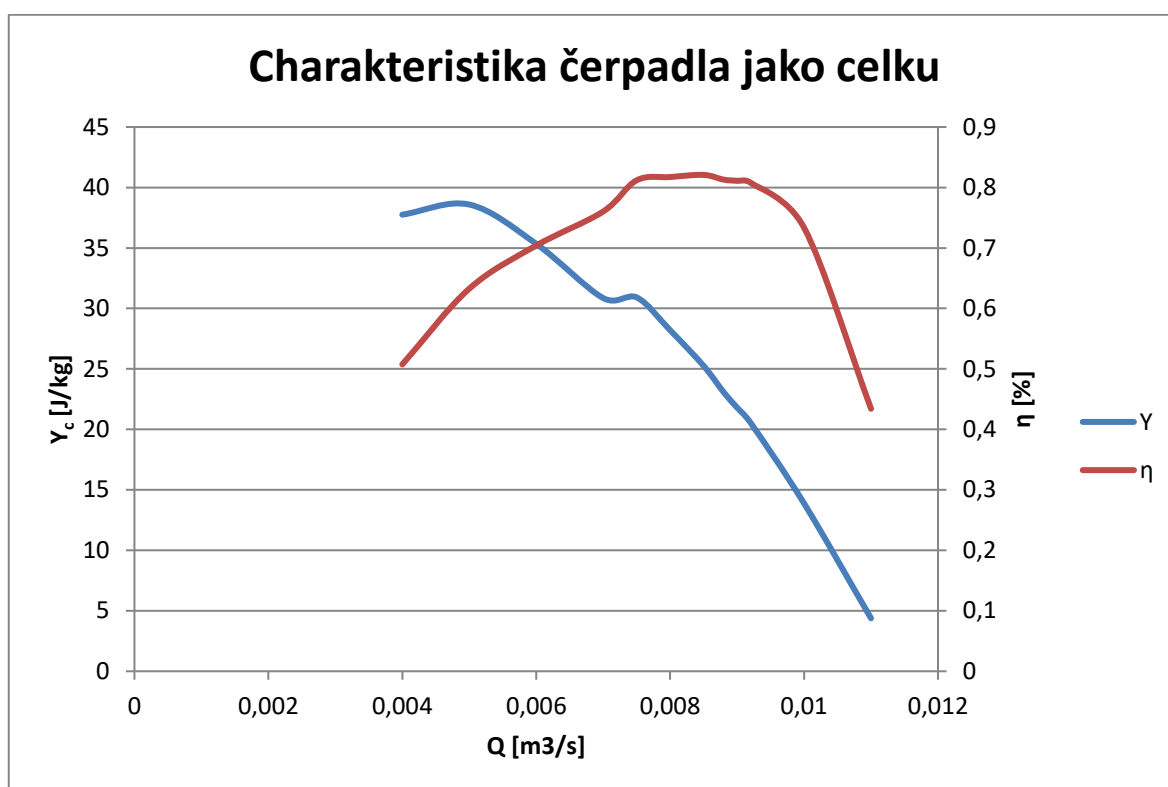
$$k = \frac{c'_m}{c_m} = \frac{u'_2}{u_2} [-] \quad (12.5)$$

Z toho vyplývá, že pokud budeme mít přesně poloviční průtok, musíme mít i poloviční unášivou rychlost (otáčky druhého kola), aby byly zachovány úhly v rychlostním trojúhelníku.

Se zavedením tohoto pravidla:

$$u'_2 = k \cdot u_2 \quad (12.6)$$

můžeme znovu vypočítat charakteristiku čerpadla jak celkovou, tak i pro jednotlivé stupně, stejně jako v předchozím případě, kdy otáčky byly konstantní pro oba stupně. Charakteristika má podobné rysy charakteristické pro tento druh čerpadla, ale s malými změnami, které můžeme porovnat s předchozím případem, kdy se otáčky druhého stupně neměnily. Otáčky druhého stupně se pro níže uvedené charakteristiky měnily v rozmezí přibližně od 450 min^{-1} (pro nejnižší průtok) po 1300 min^{-1} (pro nejvyšší průtok).



Graf. 7 Charakteristika čerpadla jako celku (Lineární závislost otáček druhého stupně na průtoku)

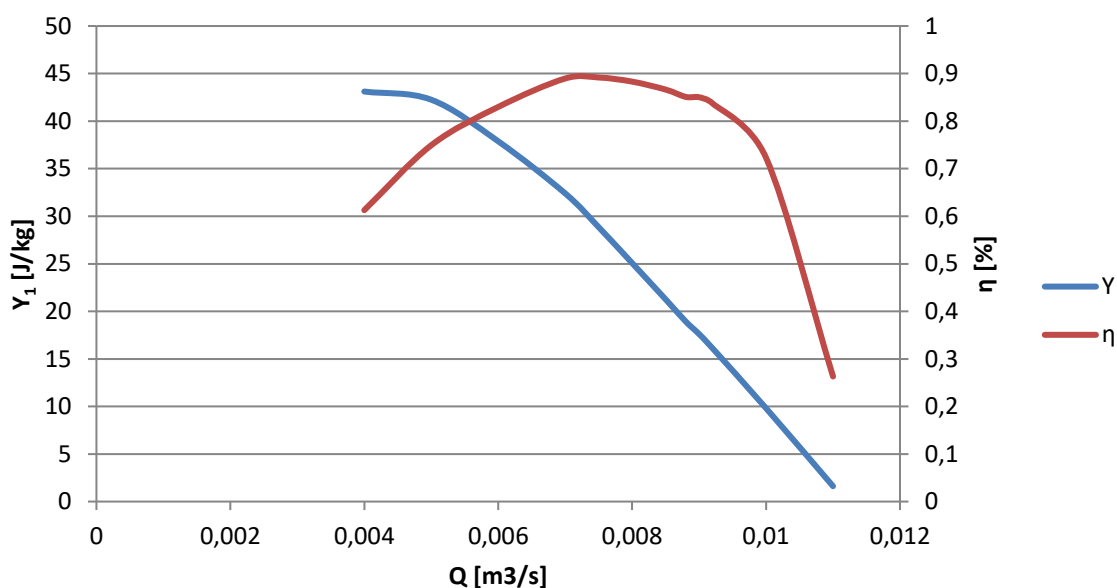
Na výše uvedeném grafu vidíme charakteristiku čerpadla jako celku, pokud podle výše uvedených vztahů měníme otáčky druhého stupně lineárně v závislosti na průtoku. To má za následek malá zlepšení stability v oblasti, ve které byl uskutečněn výpočet. Pro nižší průtoky nebyl výpočet možný vzhledem k nestabilitě řešení, program CFX hlásil divergenci úlohy, tedy nebylo možné výpočet úspěšně dokončit.

Jev, který vidíme na křivce měrné energie při průtoku přibližně 7,5 l/s se dá považovat za charakteristický jev pro axiální čerpadla a zejména pro navrhované čerpadlo pro zadání této diplomové práce, jelikož se objevil i na charakteristice čerpadla pro konstantní otáčky (graf 1), jen ne tak výrazně.

Účinnost stroje jako celku má nejvyšší hodnotu opět v blízkosti optimálního bodu a můžeme si všimnout, že účinnostní křivka se též v oblasti optima rozšířila a zploštila, což je výrazně pozitivní jev.

Na následujícím grafu je znázorněna charakteristika prvního stupně čerpadla pro případ, kdy se mění otáčky druhého stupně lineárně v závislosti na průtoku. Tato charakteristika je téměř totožná s charakteristikou v předchozím případě (viz graf 2), tedy dále nebude komentována.

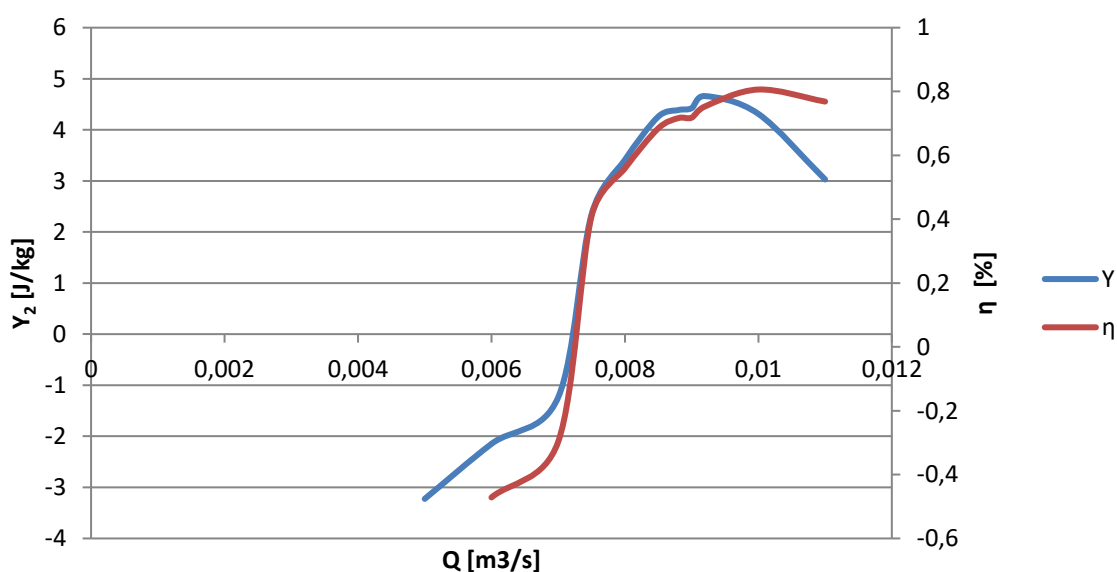
Charakteristika prvního stupně čerpadla



Graf. 8 Charakteristika prvního stupně čerpadla (proměnné otáčky druhého stupně)

Dalším grafem, který si však žádá mnohem větší pozornost je graf druhého stupně, u kterého očekáváme markantní změnu vlastností, jelikož jsme měnili jeho otáčky. Očekáváme především zlepšení použitelnosti tohoto stupně, tedy jeho charakteristika by měla být pro mnohem větší interval průtoků.

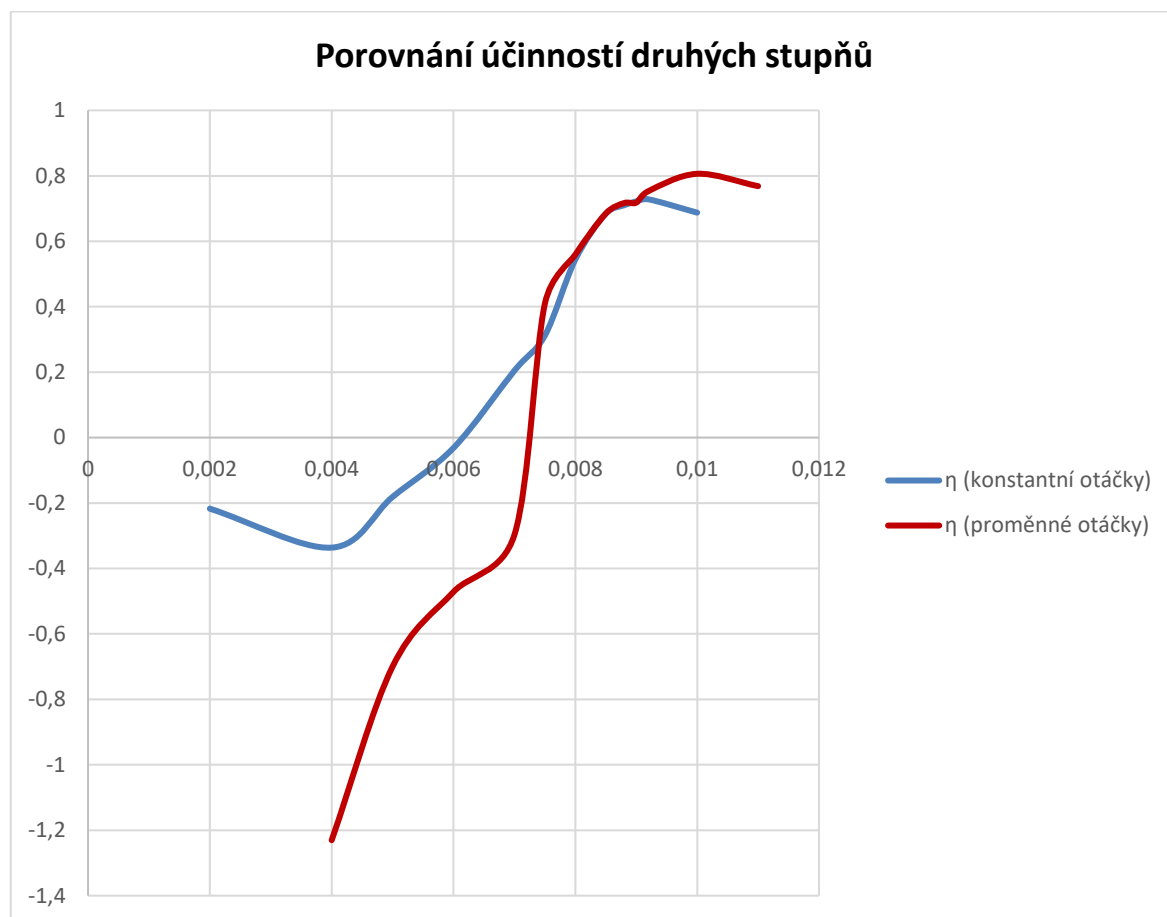
Charakteristika druhého stupně



Graf. 9 Charakteristika druhého stupně čerpadla (proměnné otáčky)

Na výše uvedeném grafu je znázorněna charakteristika druhého stupně, pokud měníme otáčky druhého stupně lineárně v závislosti na průtoku. To má za následek zploštění charakteristiky v oblasti optima, nicméně v oblasti kolem 7 l/s charakteristika opět rychle klesá a padá do záporných hodnot, tak jako tomu bylo v předchozím případě.

Nyní je vhodné porovnat účinnostní charakteristiku druhého stupně čerpadla pro konstantní otáčky a pro otáčky proměnné, tedy srovnat předchozí dva případy.



Graf. 10 Porovnání účinností druhého stupně pro konstantní otáčky a pro proměnné otáčky

Při srovnání těchto dvou účinnostních charakteristik vidíme, že touto úpravou došlo jak ke zvýšení maximální hodnoty účinnosti z 72,8 % na 80,6 % což je pro účinnosti enormní nárůst, ale také došlo k zploštění charakteristiky, a to zejména pro vyšší hodnoty průtoků. Vidíme také, že pro nižší hodnoty průtoků se situace spíše zhoršila, než zlepšila. Charakteristika účinnosti padá mnohem rychleji než původně. Takže touto úpravou bylo dosaženo lepších výsledků pro vyšší hodnoty průtoků, ale horších výsledků pro průtoky nižší. To může být rozhodující faktor pro použití čerpadla v praxi. Pokud se čerpadlo bude používat spíše pro nižší hodnoty průtoků, toto opatření není vhodnou volbou, nicméně pro vyšší průtoky by bylo zřejmě doporučeno toto opatření použít.

Dalším zkoumaným vlivem otáček druhého stupně je nastavení otáček druhého oběžného kola tak, aby byly shodné specifické otáčky obou kol, jelikož oba stupně mají různé specifické otáčky. To můžeme vidět již z předchozích rovnic (11.1.4) a (11.1.5).

Tohoto sjednocení specifických otáček dosáhneme následujícím způsobem:

$$n_{s1} = n_{s2} = 663,5 \quad (12.7)$$

$$3,65 \frac{n_1}{\sqrt{H_1}} \sqrt{\frac{Q}{\sqrt{H_1}}} = 3,65 \frac{K \cdot n_2}{\sqrt{H_2}} \sqrt{\frac{Q}{\sqrt{H_2}}} \quad (12.8)$$

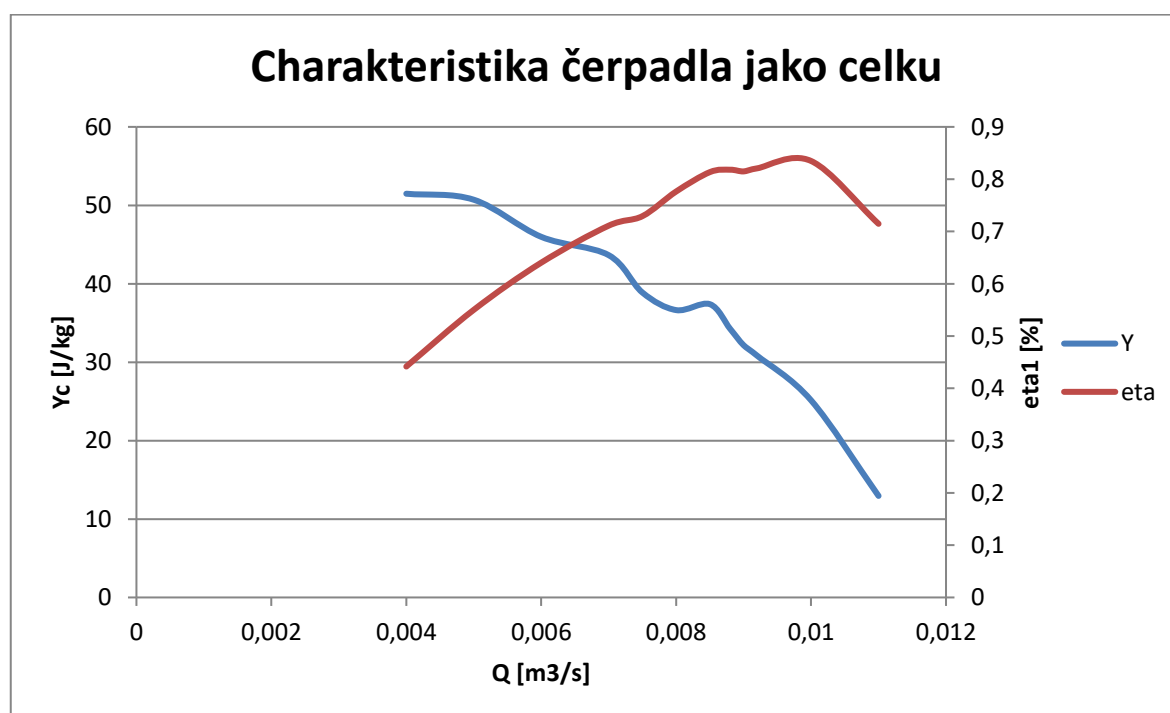
Z předchozí rovnice vyjádříme koeficient K :

$$K = \frac{\frac{n_1 \sqrt{H_2}}{\sqrt{H_1}} \sqrt{\frac{\sqrt{H_2}}{\sqrt{H_1}}}}{n_2} = \frac{\frac{3000 \cdot \sqrt{0,75}}{\sqrt{1,5}} \sqrt{\frac{\sqrt{0,75}}{\sqrt{1,5}}}}{1000} \doteq 1,78381 \quad (12.9)$$

Pokud známe tento koeficient, můžeme nastavit pro výpočet otáčky podle následujícího jednoduchého vztahu, kde n'_2 jsou otáčky nově nastavené a n_2 jsou otáčky původně navrhované, tedy otáčky druhého stupně z návrhového bodu:

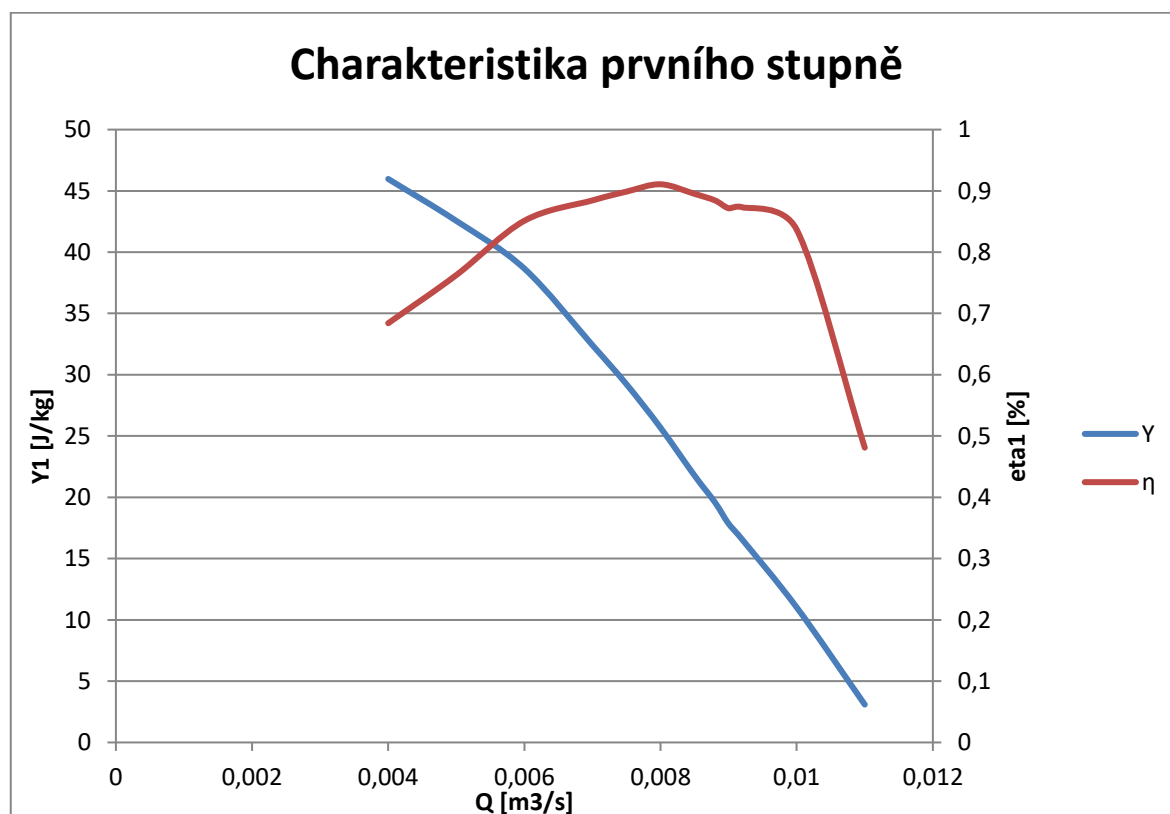
$$n'_2 = K \cdot n_2 = 1,78381 \cdot 1000 = 1783,81 \text{ min}^{-1} \quad (12.10)$$

Otáčky druhého stupně tedy nastavíme na výše uvedenou konstantní hodnotu a opět vyhodnotíme kompletní charakteristiku čerpadla.



Graf. 11 Charakteristika čerpadla jako celku (stejně specifické otáčky)

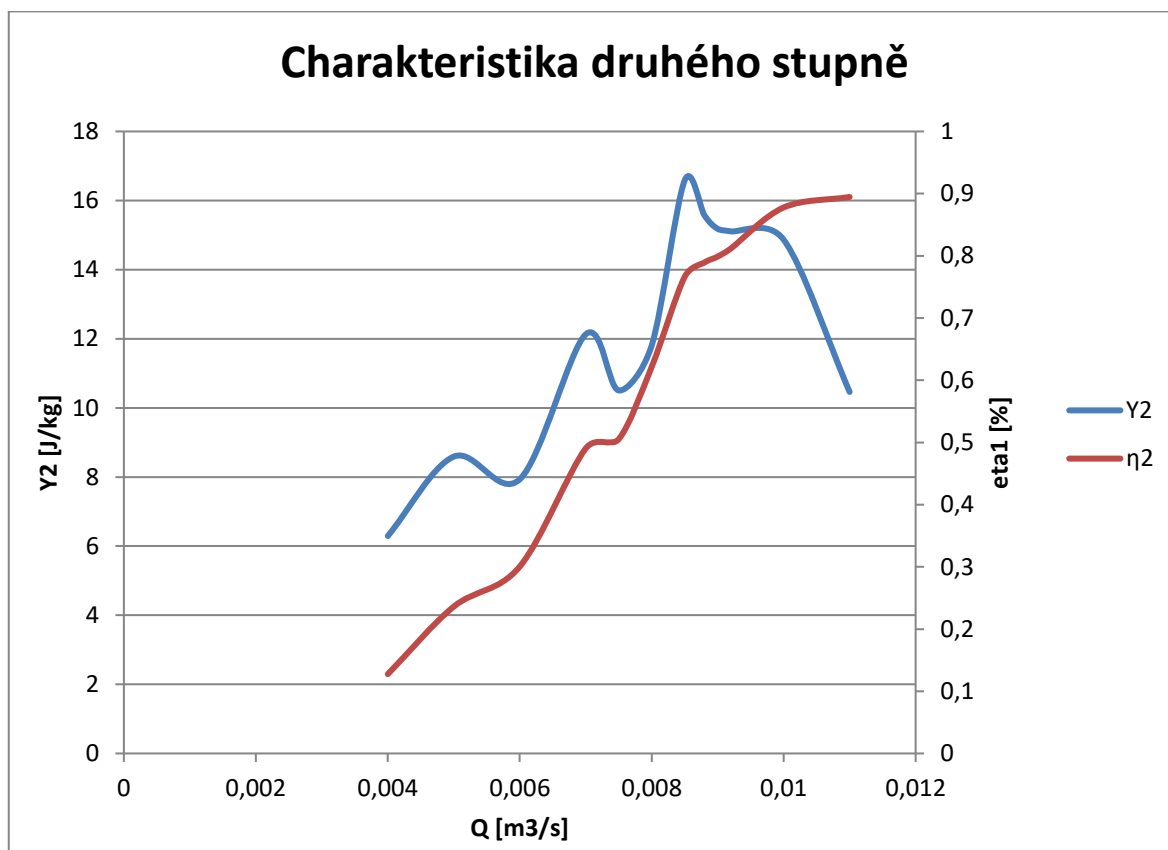
Na předchozím grafu vidíme charakteristiku čerpadla jako celku pro případ, kdy budou oba stupně sladěny na stejné specifické otáčky tím, že konstantně zvýšíme otáčkovou frekvenci druhého stupně. Charakteristika čerpadla se poněkud roztáhla a zploštila. Ke zvýšení účinnosti došlo především v nižších průtocích, ve vyšších se příliš velké změny v účinnosti nekonal. V případě měrné energie se objevily výrazné fluktuace kolem optima, to je způsobeno především charakteristikou druhého stupně, o tom bude pojednáno níže. Nicméně pomineme-li tyto fluktuace, vidíme, že oproti grafu (7) došlo k odstranění nestability v nízkém průtoku. Bohužel nemůžeme s určitostí říct, že nestabilita byla odstraněna vůbec, jelikož výpočet v nízkých průtocích nebylo možné dokončit vlivem divergence výsledků.



Graf. 12 Charakteristika prvního stupně čerpadla (stejně specifické otáčky)

Na grafu uvedeném výše je vyobrazena charakteristika druhého stupně, která nedoznala příliš velkých a výrazných změn. Došlo pouze k mírnému zploštění účinnostní křivky, která dosahuje přibližně stejných hodnot jako křivka pro konstantní otáčky, které byly návrhovém bodě. Křivka měrné energie je vysoce stabilní a opět není vidět ona nestabilita, jako tomu je na obrázku (4), která je patrně až v nízkých průtocích, kde výpočet nemohl být realizován, jelikož numerické metody sloužící pro výpočet úlohy divergovaly. Pro nižší průtoky platí to, co již bylo popsáno výše, tedy to, že nebylo možné úlohu dopočítat.

K zdaleka nejzajímavějším změnám došlo v charakteristice druhého stupně čerpadla:

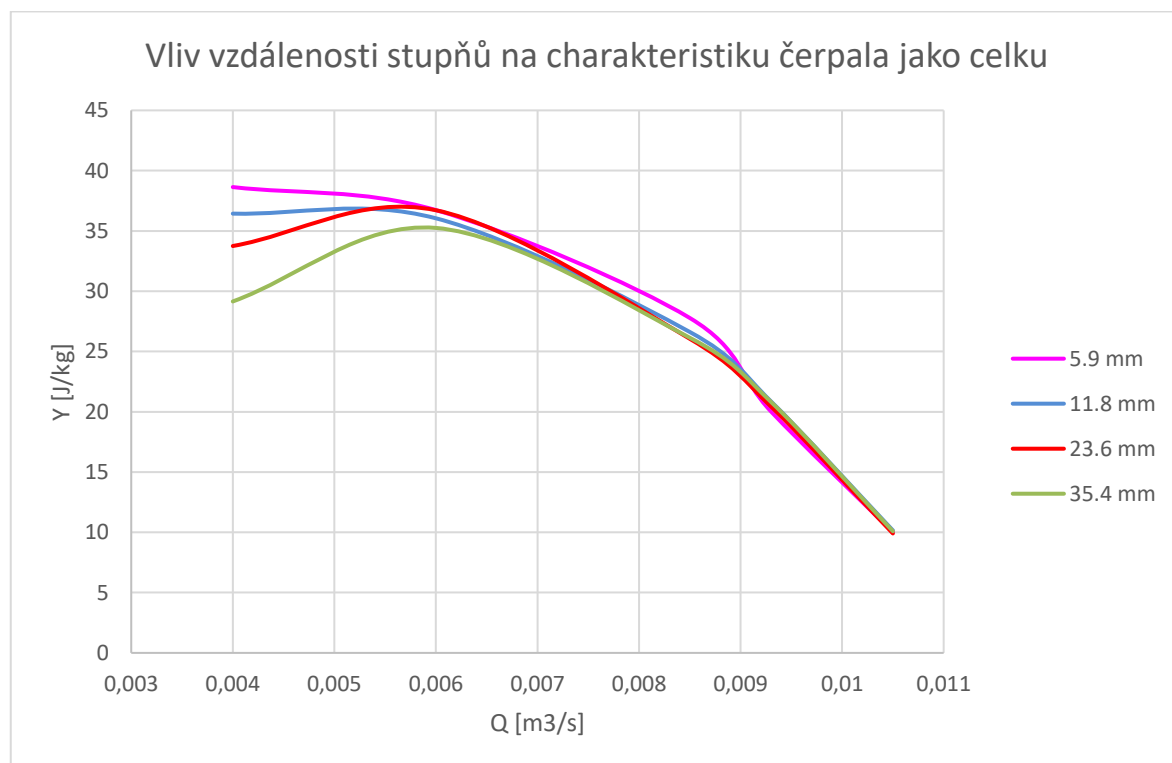


Graf. 13 Charakteristika druhého stupně čerpadla (stejně specifické otáčky)

V charakteristice druhého stupně čerpadla vidíme velmi výrazné fluktuace jak křivky měrné energie, tak i křivky účinnosti. Tyto fluktuace velmi ovlivňují výslednou charakteristiku čerpadla. Vliv těchto fluktuací můžeme do jisté míry vidět tedy i na charakteristice čerpadla jako celku. Tyto fluktuace mohou být způsobeny málo jemnou výpočetní sítí, ale také prouděním, které vzniká v mezilopatkových prostorech. Toto proudění může mít pro různé průtoky periodický charakter. Tedy jev, který způsobuje tyto skoky v charakteristice může být způsobován pro určité násobky průtoku (či rychlosti vstupního proudění).

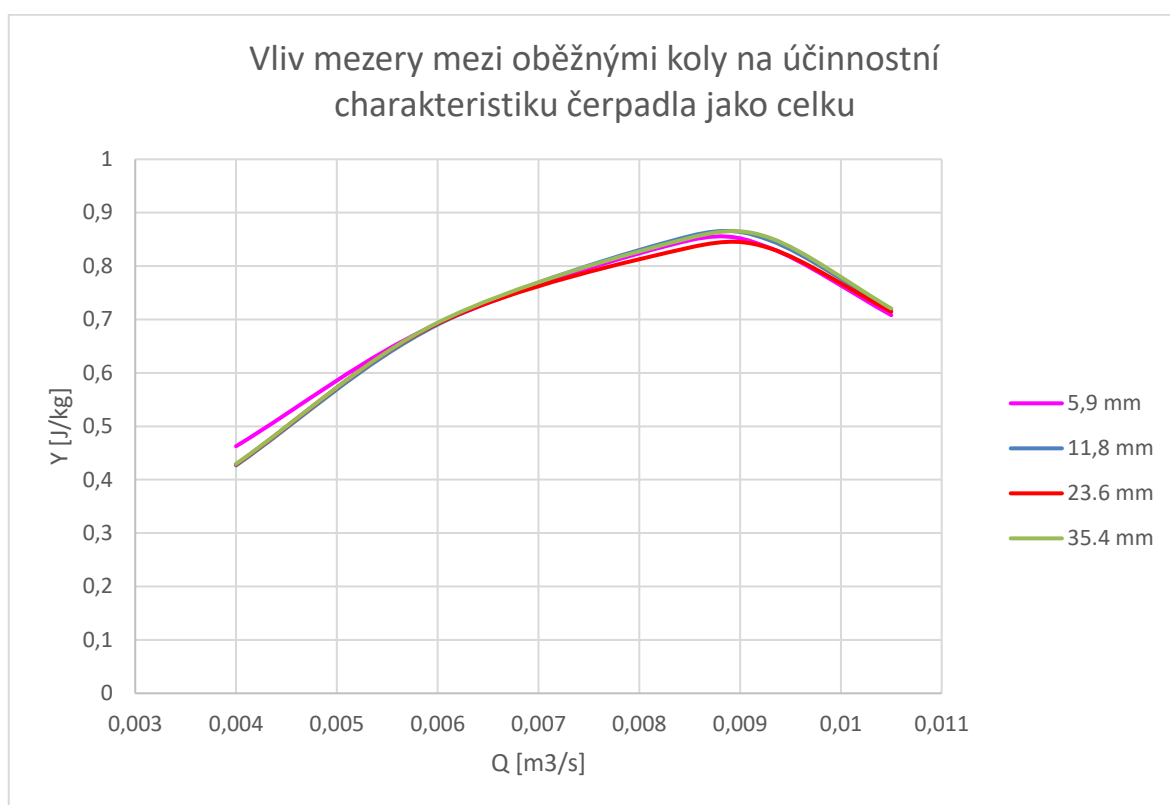
Vzhledem k tomu, že taková charakteristika čerpadla není téměř reálně možná, křivka by měla být mnohem klidnější (fluktuace či skoky by neměly být tolik výrazné, ideálně žádné), tak tuto úpravu či tento způsob ladění obou stupňů čerpadla nedoporučuji bez předchozího ověření na modelu ve zkušebně a pečlivém proměření charakteristiky čerpadla jako celku, tak i jednotlivých stupňů a ověření této charakteristiky.

Dalším zkoumaným vlivem na charakteristiku čerpadla jako celku je vliv vzdálenosti mezi jednotlivými stupni. Pokud oddálíme od sebe oba stupně, zvětšíme tím vzdálenost mezi lopatkami obou stupňů a tím i vzdálenost, kde se proudění může uklidnit, můžou se zde částečně disipovat vírové struktury a rychlostní profil se může částečně stabilizovat a může tím pádem dojít ke zmírnění fluktuací. Na druhou stranu je to také prostor, kde bude docházet k hydraulickým ztrátám a tím pádem by mělo docházet k poklesu měrné energie.



Graf. 14 Vliv vzdálenosti mezi stupni na charakteristiku čerpadla jako celku

Na výše uvedeném grafu vidíme grafické znázornění vlivu mezery mezi oběma stupni čerpadla na charakteristiku čerpadla jako celku. V oblasti kolem optimálního (návrhového) bodu se nemění téměř nic, charakteristiky se překrývají a nedochází k výrazným změnám v chování. Kde však dochází k velmi výrazným změnám chování, je oblast nižších průtoků. Modře je označena charakteristika, která je původně navržena (vzdálenost mezi oběžnými koly je 11,8 mm). Pokud použijeme vzdálenost dvojnásobnou, než je původně navržena vzdálenost, vidíme pokles měrné energie v oblasti nižších průtoků. Pokud kola umístíme trojnásobně daleko, než je původní navržena vzdálenost, dochází k ještě většímu a výraznějšímu poklesu měrné energie v oblasti nižších průtoků. Toto poklesnutí charakteristiky samozřejmě vede i ke zhoršení stability, tedy dokážeme zde najít hodnotu měrné energie, pro kterou můžeme dostat dva různé průtoky. Naopak pokud vzdálenost mezi koly snížíme na polovinu (tedy oběžná kola přiblížíme k sobě), vidíme v oblasti nižších průtoků zvýšení měrné energie, a to vede k zvýšení stability čerpadla. To je velmi důležitý poznatek, jelikož u axiálních čerpadel se vždy vyskytuje nestabilita v nižších průtocích a musíme dbát na to, abychom v této oblasti čerpadlo neprovozovali.



Graf. 15 Vliv vzdálenosti mezi stupni na účinnostní charakteristiku čerpadla jako celku

Pokud pro stejnou situaci vykreslíme účinnostní charakteristiky čerpadla jako celku, vidíme, že zde se velké změny nekonaly. Oblast nejvyšších účinností se pohybuje opět mírně nad návrhovým bodem v oblasti průtoku přibližně 9 l/s. Charakteristiky se téměř překrývají, tedy můžeme konstatovat, že vliv vzdálenosti mezi oběžnými koly není příliš markantní.

13 ZÁVĚR

Cílem práce bylo navrhnout geometrii dvoustupňového čerpadla na návrhový bod, s úvahou, že první stupeň čerpadla bude dodávat většinu měrné energie a druhý stupeň bude suplovat úlohu statického vratného kola, přičemž jeho rotace bude opačného smyslu než stupně prvního a bude dodávat ještě malé množství měrné energie. Geometrie lopatkování byla navržena standartními metodami pro návrh lopatek vycházejícími z rychlostních trojúhelníků na vstupní a výstupní části lopatky. Takto navržená geometrie byla následně zpracována pomocí programu Matlab a Bladegen, byla vytvořena vhodná výpočetní síť s ohlédnutím na výpočetní a časové možnosti. Následně byla úloha vypočtena a tvary lopatek, především druhého stupně, byly optimalizovány tak, aby splňovaly zadání (co nejmenší unášivá složka absolutní rychlosti na výstupu z čerpadla). Po splnění požadavků, které byly zadány, byla úloha podrobena sérii výpočtů na zkoumání charakteristiky čerpadla. Poté, co byla charakteristika vyhodnocena, následovala série optimalizačních kroků, které vedou k ovlivnění této charakteristiky ať už k lepšímu, tak i k horšímu. Jako nejlépe fungující úprava čerpadla se jeví úprava otáček druhého stupně v lineární na průtoku, už kvůli tomu, že charakteristika druhého stupně se rozšířila, a především ve větších průtocích se značně zvýšila účinnost. Jako zajímavý poznatek také patří vliv mezery mezi jednotlivými stupni na charakteristiku čerpadla, kde bylo zjištěno, že charakteristika v nižších průtocích se zlepší (dojde k zvýšení měrné energie) a také se charakteristika čerpadla stane mnohem stabilnější, pokud je mezera mezi oběžnými koly menší.

Tato diplomová práce je velmi vhodný výchozí bod pro práci dizertační v doktorském studiu. Jako další kroky bych doporučil zjemnit výpočetní síť pro přesnější výsledky, na optimalizaci tvaru lopatek druhého stupně nasadit vhodnou optimalizační metodu, jelikož optimalizace druhého stupně probíhala ručně, a tedy nebylo možné dosáhnout opravdu nulové unášivé složky absolutní rychlosti na výstupu z čerpadla, ale byla pouze snížena na přijatelnou hodnotu. Zjistit vliv počtu lopatek jednotlivých stupňů na charakteristiku čerpadla, zjistit vliv rozložení dodávané měrné energie jednotlivými stupni a mnoho dalšího.

14 SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] ŠOB, František. *Hydromechanika*. Vyd. 2. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2008, 238 s. ISBN 978-80-214-3578-0.
- [2] NECHLEBA, M., DRUCKMULLER, M.: *Vodní turbíny I*. Skripta VUT v Brně, 1990.
- [3] NECHLEBA, Miroslav. *Vodní turbíny, jejich konstrukce a příslušenství*. 2. SNTL, 1962.
- [4] VÍTEŽ, Tomáš. *Mechanika tekutin: Čerpadla* [online]. In: . Brno: Mendelova univerzita v Brně, 2013, s. 40 [cit. 2016-10-07]. Dostupné z: <http://uzpet.af.mendelu.cz/wcd/w-af-uzpet/soubory-ke-stazeni/cerpadla.pdf>
- [5] Čerpadla: multimediální učební pomůcka. Čerpadla [online]. Ostrava: Ostravská univerzita, 2008 [cit. 2017-02-27]. Dostupné z: http://katedry.osu.cz/kpv/cerpadla-jh/Jan_Hruska_MUC_soubory/page0018.htm
- [6] ŠPAČEK, Kryštof. Princip a použití prstencových motorů v průmyslových aplikacích [online]. Praha, 2014 [cit. 2017-02-27]. Dostupné z: <https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/24879/F3-BP-2014-Spacek-Krystof-prace.pdf?sequence=3>. Bakalářská. ČVUT. Vedoucí práce Ing. Pavel Karlovský.
- [7] STAREČEK, J. Návrh axiálního čerpadla pro zadané parametry. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 51 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Miloslav Haluza, CSc.
- [8] MELICHAR, Jan. *Hydraulické stroje: konstrukce a provoz*. 1. vyd. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2002, 378 s. ISBN 80-010-2657-4.
- [9] BLÁHA, Jaroslav a Karel BRADA. *Hydraulické stroje: Technický průvodce*. 1. vyd. Praha: Nakladatelství technické literatury, 1992, 752 s. ISBN 80-03-00665-1.
- [10] *Mechanika tekutin: Čerpadla*. In: , Ing. Ondřej ZAVILA, Ph.D. Ústav zemědělské, potravinářské a environmentální techniky: Mendelova univerzita v Brně [online]. Brno, 2013 [cit. 2015-10-28]. Dostupné z: <http://uzpet.af.mendelu.cz/wcd/w-af-uzpet/soubory-ke-stazeni/cerpadla.pdf>
- [11] DEBRECZENI, Ondřej. 2005. *Potrubní technika*. Brno. Provizorní učební text. Vysoké učení technické.
- [12] ŠKORPÍK, Jiří. *Vodní turbíny a hydrodynamická čerpadla*. In: Transformační technologie [online]. Brno: VUT v Brně, 2016 [cit. 2017-03-04]. Dostupné z: <http://www.transformacni-technologie.cz/vodni-turbiny-a-hydrodynamicka-cerpadla.html>
- [13] M. Haluza: *Tekutinové stroje I*. Brno 2014. Zápisy z přednášek. VUT, FSI.

